

Thema Nr. 3  
(Aufabengruppe)

Es sind alle Aufgaben dieser Aufabengruppe zu bearbeiten!

**Aufgabe 1:**

- a) Geben Sie bis auf Isomorphie alle abelschen Gruppen der Ordnung 24 an.
- b) Zeigen Sie, dass es bis auf Isomorphie genau eine nicht abelsche Gruppe der Ordnung 155 gibt.  
(8 Punkte)

**Aufgabe 2:**

- a) Zeigen Sie, dass  $\mathbb{Z} + \mathbb{Z}\sqrt{-2}$  bezüglich der komplexen Norm  $\varphi(x + y\sqrt{-2}) = x^2 + 2y^2$  ein euklidischer Ring ist.
- b) Geben Sie eine Produktzerlegung von  $1 + 4\sqrt{-2}$  in irreduzible Elemente aus  $\mathbb{Z} + \mathbb{Z}\sqrt{-2}$  an und begründen Sie das Ergebnis.  
(7 Punkte)

**Aufgabe 3:**

Bestimmen Sie die Struktur der Galoisgruppe der normalen Hülle  $N$  von  $\mathbb{Q}(\sqrt{8 + 3\sqrt{7}})/\mathbb{Q}$  und alle Zwischenkörper von  $N/\mathbb{Q}$ .  
(8 Punkte)

**Aufgabe 4:**

Zeigen Sie, dass die Galoisgruppe von  $X^5 - 777X + 7$  über  $\mathbb{Q}$  zur symmetrischen Gruppe  $S_5$  isomorph ist.  
(7 Punkte)