

Thema 2

①

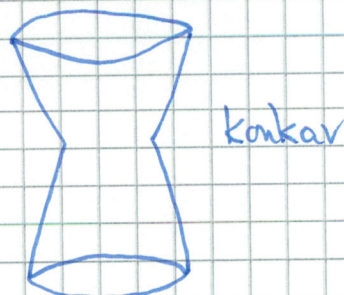
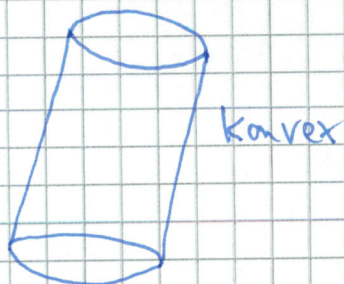
Aufgabe 1

Ein bedeutendes Thema im Geometrieunterricht der Hauptschule ist die Raumgeometrie. Dieses Gebiet durchzieht sich durch alle Jahrgangsstufen und wird stufenweise vertieft. Wichtige Körper der Raumgeometrie sind Quader, Prisma, Pyramide, die auch ~~noch~~ in dieser Reihenfolge im Unterricht behandelt werden.

Alle drei Körper sind Polyeder, analog zu den Polygonen in der Ebene.

Ein Polyeder ist ein dreidimensionales Gebilde das von endlich vielen Begrenzungsflächen aufgespannt wird.

Man unterscheidet konvexe und konkave Polyeder. In einem konvexen Polyeder schneiden sich alle Verbindungsstrecken im inneren des Körpers, in einem konkaven Polyeder ist dies nicht der Fall.



Ein Polyeder ist regelmäßig, wenn

②

- alle Begrenzungsflächen zueinander kongruent sind
- an einer Ecke gleich viele Kanten aneinander stoßen
- Grundfläche ein regelmäßiges Polygon ist (kommen daher nur gleichseitiges Dreieck, Quadrat und Fünfeck in Frage).

Quader, Prismen und Pyramiden sind daher spezielle Polyeder.

Das Polyeder ist demnach ein Oberbegriff.

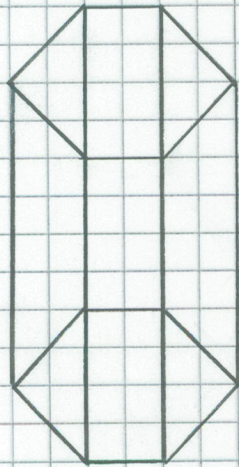
1. Prisma

Ein Prisma wird durch zwei ebene, parallele und zueinander kongruente Grund- und Deckfläche begrenzt. Die Verbindungsstrecken zwischen Grund- und Deckfläche sind die Mantellinien. Die Gesamtheit aller Mantellinien ergibt die Mantelfläche. Die Mantelflächen sind stets Rechtecke. (Im Spezialfall auch Parallelogramme, schiefes Prisma)

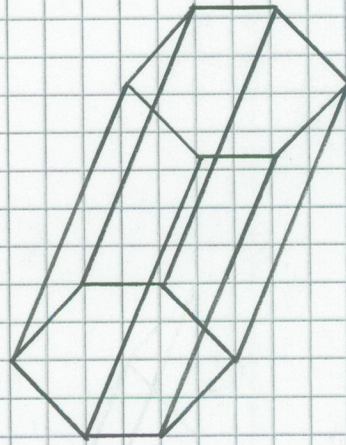
Damit entsteht ein Prisma durch Parallelverschiebung eines Polygons entlang einer Geraden die nicht in der Ebene des Polygons liegt. Durch diese Parallelverschiebung

③

lassen sich zwei Arten von Prismen klassifizieren.



gerades Prisma



schiefes Prisma

Erfolgt die Parallelverschiebung entlang einer Geraden, die senkrecht auf der Ebene steht, so ~~ist das~~ entsteht ein gerades Prisma, die Begrenzungsflächen ~~sind~~ beziehungsweise die Mantelfläche sind Rechtecke.

Erfolgt die Parallelverschiebung nicht orthogonal ~~zur~~ zur Ebene des Polyeders, so entsteht ein schiefes Prisma, Seitenflächen sind Parallelogramme.

Ein Prisma ist demnach ein spezieller Zylinder, mit ebenen, kongruenten ^{& parallelen} Polygonen als Grund- und Deckfläche. Weiterhin gibt es auch Spezialfälle des Prismas.

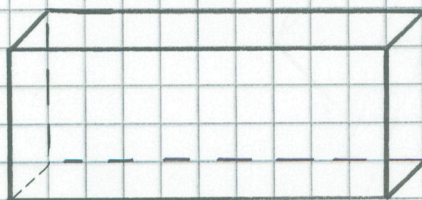
Spezialfall

- Würfel (Grundfläche ist ein Quadrat)
- Spalt (Grundfläche / Deckfläche besteht aus Parallelogramm)
- Quader (Grundfläche / Deckfläche ist ein Rechteck)

(4)

Der Quader ist ein Spezialfall eines Prismas

Ein Quader besitzt als Grund- und Deckfläche ein Rechteck. Die Parallelverschiebung erfolgt entlang einer Geraden, die senkrecht auf dem Rechteck steht.

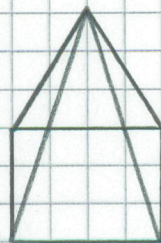


Quader

Die Höhe des Quaders ist der Abstand zwischen der Grund- und Deckfläche. Die Mantelfläche wird durch Rechtecksflächen gebildet. Dabei sind stets zwei Seitenflächen zueinander ^{kongruent} ~~begrenzt~~. Ein Spezialfall des Quaders ist der Würfel. Hier sind die Grund- und Deckfläche jeweils Quadrate. Alle Seitenflächen sind in diesem Fall zueinander kongruent.

Die Pyramide

Die Pyramide besitzt als Grundfläche ein ebenes Polygon.



Die Seitenflächen der Pyramide bestehen aus Dreiecksflächen. Jede Pyramide besitzt mindestens 3 Dreiecksflächen als Begrenzungsflächen.

Eine Pyramide entsteht, wenn die  Eckpunkte eines Polygons mit einem Punkt verbindet, der nicht in der Ebene des Polygons liegt.

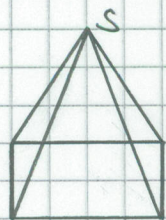
⑤

Die Verbindungslinien werden Mantellinien genannt, der Punkt ~~an~~ in dem sich alle Mantellinien treffen ist die Spitze der Pyramide. Alle Mantellinien zusammen ergeben die Mantelfläche.

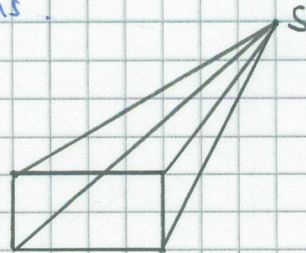
Die Pyramide ist ein Spezialfall des Kreiskegels. Dabei umfasst die Pyramide als Spezialfall eine regelmäßige Pyramide.

In einer regelmäßigen Pyramide besteht die Grundfläche aus einem regelmäßigen Polygon.

Das Lot der Spitze auf diese Fläche ist der Mittelpunkt des Polygons und gleichzeitig auch der ~~ist~~ Umkreismittelpunkt des Polygons. Jede regelmäßige Pyramide ist gerade. Fällt man in einer geraden Pyramide das Lot der Spitze auf die Ebene so schneidet die Lotgerade die Ebene des Polygons.



gerade Pyramide



schiefe Pyramide

Spezialfall der Pyramide:

- Tetraeder (gleichseitige Dreiecke als Begrenzungsflächen)

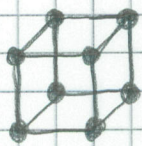
- b) Der Quader ist der erste Körper der in der Hauptschule speziell behandelt wird (neben dem Würfel)

~~Pyramide~~

Die Schüler bringen hier zahlreiche Vorkenntnisse mit. ~~dem Quader~~

Dabei können die Schüler zunächst selber Modell von zu Hause mitbringen. ~~Die~~ Sehr viele Verpackungen besitzen die Form eines Quaders. Durch vergleichen der verschiedenen Quader kann man Eigenschaften und Merkmale erarbeiten. Anschließend kann jeder sein Quadermodell mit der Schere in ein Netz zerschneiden. Allerdings müssen die Schüler auf die richtigen Schnittkanten aufmerksam gemacht werden, damit ein anschauliches Körpernetz entsteht. Anhand der Körpernetze können dann die Oberfläche eines Quaders analysiert werden. Dies führt zu der Oberflächenformel für Quader. Handlungsorientiert können die Schüler auch selbständig Modelle herstellen. Durch eine Anleitung können schüleraktiv aus einem Blatt ein Quader gebastelt werden, der als Geschenkbox verwendet werden kann. Diese Modelle sind besonders hilfreich um das räumliche Vorstellungsvermögen der Schüler zu wecken und zu schulen. Sie lernen Gemeinsamkeiten und Unterschiede kennen.

Weiterhin gibt es auch bereits erstellte Kantenmodelle.



Kantenmodelle sind gut geeignet, um auf die Kanten und ~~aufmerksam~~ aufmerksam zu machen. Hier kann die Lage der Kanten zueinander untersucht werden und die Innenwinkel können erfasst werden. Nachteilig ist, dass die Kantenmodelle keine Begrenzungsflächen als Flächen darstellen. Zur Erarbeitung der Oberflächenformel kommen sie daher weniger in Frage.

~~Kopfrechenische Übungen zur Erzeugung von~~

Auch Prismen und Pyramiden lassen sich mittels Modellen darstellen. Ein Lernziel in der Hauptschule ist auch das Basteln einer Pyramide. Durch das Herstellen eigener Modelle wird der Blick für besondere Merkmale an Körper geschärft, und die Anschaulichkeit ermöglicht. Mit Hilfe von Modellen kann man die Gemeinsamkeiten und Unterschiede von Körper erarbeiten und anschaulich darstellen. Gerade für schwächere Schüler sind diese Modelle besonders hilfreich und notwendig.

~~Aber~~ Durch die Erarbeitung ~~an~~ der Merkmale am Modell, sollen die Schüler im Anschluss die Körper selbstständig zeichnen.

8

Die Darstellung der Körper ~~in~~ als Schrägbilder ist notwendig, um das räumliche Vorstellungsvermögen zu schulen und die Körper zu veranschaulichen.

Dabei wird neben dem Zeichnen von Schrägbildern auch das Zeichnen von Körpernetzen ~~veranschaulicht~~

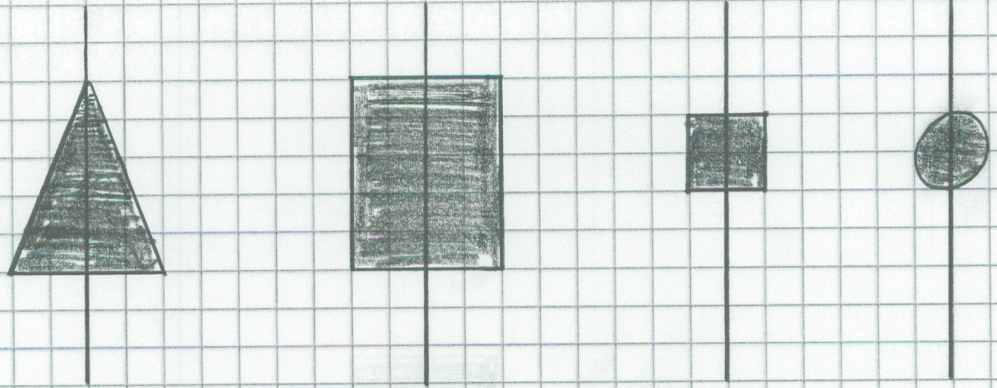
geschult. Schrägbilder können auch zusätzlich durch Zweitafel^{projektion}~~bilder~~ und Dreitafelprojektion behandelt werden. Durch das Zeichnen von Grundriss, Drauf-

sicht und Aufsicht erhalten die Körper eine Vorstellung über anliegende Flächen, Winkel und spezielle Merkmale des Körpers.

Aufgabe 2

⑨

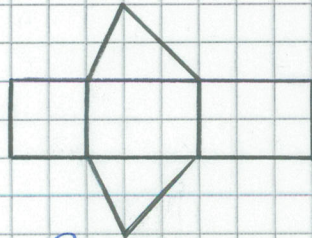
1. Möglichkeit: Welcher Körper wird durch die Rotation der Achsen erzeugt?



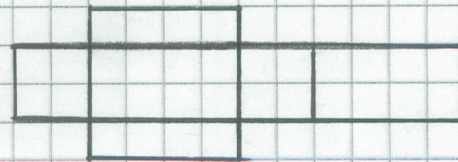
Durch die Rotation der Achsen entstehen aus den Flächen Körper. Diese Übung dient der Kopfgeometrie und ist besonders gut geeignet verschiedene Körperformen darzustellen. Die Schüler müssen sich selbst vorstellen, welche Körper durch die Rotation der Achsen entstehen. Zur ~~Überprüfung~~ Überprüfung können sie selbst ein Modell herstellen und dieses rotieren. Dazu benötigen sie einen Holzspieß und ein buntes Tonpapier. Aus diesem Tonpapier können sie die oben dargestellten Figuren ausschneiden und mit Tesa am Holzspieß befestigen. Anschließend können sie in Partnerarbeit die Modelle rotieren lassen. Dies dient neben dem Schulen des räuml. Vorstellungsvermögens auch einem schüleraktiven, handlungsorientierten Unterricht.

2. Möglichkeit: Körpernetze

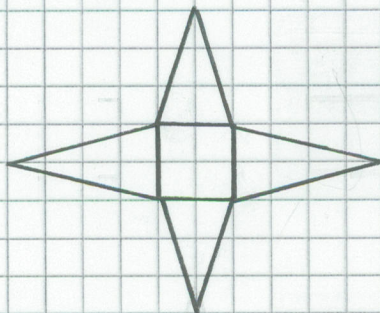
Die Schüler sollen anhand von Körpernetzen Vermutungen anstellen, welche Körper durch die Netze repräsentiert werden.



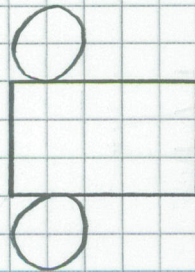
Prisma



Quader



Pyramide



Zylinder

Diese Übung fördert ebenfalls das räumliche Vorstellungsvermögen und lässt sich in den Bereich der kopfgeometrischen Übungen einordnen. Die Schüler müssen in Gedanken die Netze in eine räumliche Figur überführen und ~~an~~ greifen dabei auf spezielle Eigenschaften und Merkmale der Körper zurück. Zusätzlich kann diese Übung vertieft werden, indem die Schüler selbständig diese Körpernetze auf Tonpapier abzeichnen und anschließend entlang der

gezeichneten Linien falten.

Mit Hilfe von Tesa können die Netze in Körper überführt werden und die Schüler können ihre Vermutung überprüfen. Dies dient ebenso einen problemorientierten und entdeckenden Unterricht, ~~der in~~

3. Aufgabe

Im Bereich der Volumenberechnung haben die Schüler häufig Defizite, die Volumenformel für ~~Quader~~ ~~Prismen~~, ~~Pyramiden~~, ~~Kegeln~~ und ~~weitere~~ nachzuvollziehen. Häufig werden die Volumenformeln nach Schema angewendet, ohne ^{auf ein} ~~ein~~ begriffliches Verständnis zurückzugreifen.

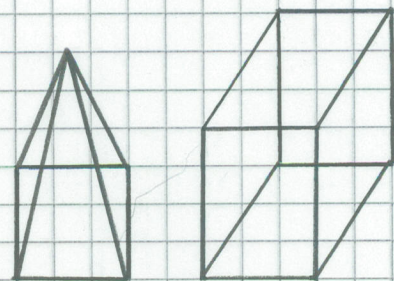
Schüleraktivitäten im Bereich der Volumenberechnung sind Umschüttversuche mit Wasser oder auch Sand.

Aufgabenstellung: Vergleiche die Pyramide mit einem Prisma mit gleicher Grundfläche und Höhe.
Welcher Rauminhalt ist größer?

Durch Umschüttversuche mit Sand und Wasser wird die Volumenformel mit

$$V_p = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$$

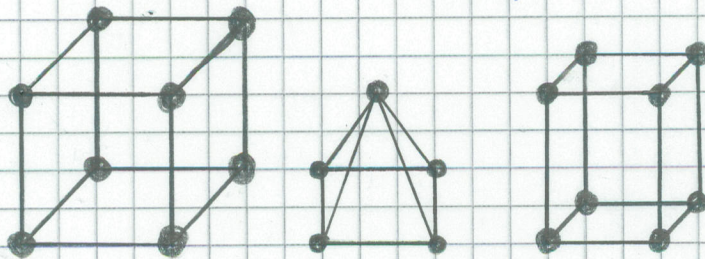
anschaulich erarbeitet. Dies dient dem räumlichen Vorstellungsvermögen in Bezug auf die



Erarbeitung der Volumenformel von Pyramide und Kegel. Die Schüler können selbständig die Versuche durchführen und verinnerlichen den Zusammenhang zwischen dem Volumen einer Pyramide und dem Volumen eines Prismas (mit gleicher Grundfläche und Höhe).

4. Aufgabe

Die Schüler betrachten Kantenmodelle von Körper und zeichnen dazu ein Körpernetz



Die Schüler müssen die Körper gedanklich in der Ebene abwickeln. Dadurch müssen sie eine Vorstellung von den Begrenzungsflächen haben und zuerst den Aufbau des Körpers erfassen. Erst wenn sie sich den Körper in Gedanken dreidimensional darstellen ist eine Abwicklung in der Ebene möglich. Damit werden die Schüler zu kopfgeometrischen Übungen angeregt und schulen ihr räumliches Vorstellungsvermögen.

Aufgabe 3**I** Sachanalyse (Aufgabe 1)**II** Analyse der Lehrplanvoraussetzung

Raumgeometrie ist ein Thema, dass in jeder Jahrgangsstufe ^{Einzug erhält} ~~behandelt wird~~. In der 5. Klasse beschäftigen sich die Schüler mit Körpernennen und lernen die verschiedenen Körper kennen. Entwickeln bereits eine begriffliche Vorstellung von Quadern. In der 6. Klasse geht es um die Erarbeitung der Volumenformel. ^{* Oberflächenformel} Das Volumen ist, wie die Fläche, eine Größe und sollte deshalb nach dem didaktischen Stufenmodell eingeführt werden.

1. Stufe : Erfahrungen in Sach- u. Spielsituationen.
2. Stufe : direkter Vergleich der Repräsentanten
3. Stufe : ^{Repräsentanten} indirekter Vergleich mittels selbst gewählter
4. Stufe : ^{Einheiten} indirekter Vergleich mittels standardisierter
5. Stufe : Vergrößern u. Verkleinern der Messeinheiten
6. Stufe : Gewinnen der Maßeinheiten
7. Stufe : Rechnen mit den Größen

Nach diesem Prinzip werde ich die Unterrichtssequenz aufbauen.

Vorwissen

14

- begriffliche Vorstellung zu Quader
- Flächenformel für Rechtecke
- Erkennen und Verstehen von Orthogonalen und Parallelen
- Herleitung der Flächenformel von Rechtecken muss verinnerlicht und verstanden sein
- Oberfläche von Quadern

Grobziele:

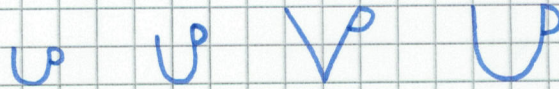
- Stufenweises Erarbeiten der Volumenformel für Quader
- Die Schüler können die Volumenformel nachvollziehen und bewusst anwenden.
- Die Schüler sollen die Umrechnungszahl 100 verstehen und in verschiedene / benachbarte Einheiten umrechnen können (in der folgenden Stunde)

Lernziele: zu Einheit 1

- Die Schüler sollen in Sachsituationen ein ~~ein~~ erstes Verständnis und Vorstellungen über Rauminhalte gewinnen.
- Die Schüler sollen im direkten Vergleich mit 2 Repräsentanten einer Größe den Rauminhalt bestimmen.

1. Einheit : Erfahrungen an Sach- u. Spielsituationen

Motivation

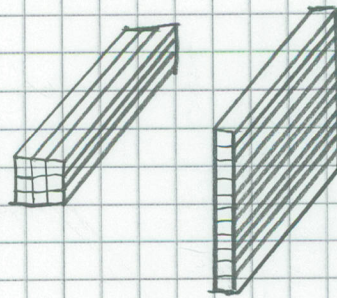


Tina, Stephen, Ulli und Mareike treffen sich zum Kaffeetrinken. Jeder möchte eine Tasse Kaffee: was kannst Du über die Tassen aussagen, welche Tasse würdest Du nehmen?

Wie könnte man den Kaffee gerecht an alle 4 verteilen?

Erarbeitung

Welcher Laster hat mehr Holz geladen?



Sicherung:

Zeichne ~~Male~~ selber einen Holzstapel. Dabei soll der 1. Laster doppelt so viel Holz geladen haben, wie der 2. Laster.

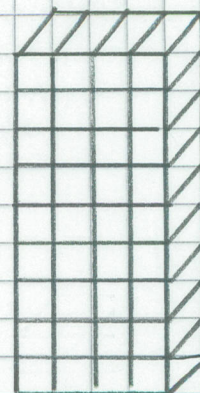
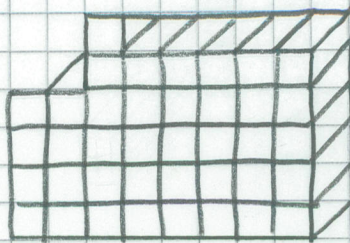
Vertiefung:

Wie könntest Du herausfinden welcher Laster mehr Holz geladen hat, wenn der 1. Laster das Holz als ganze Latten transportiert und der 2. Laster bereits das Holz zerkleinert hat?

2. Einheit: direkter Vergleich mittels gewählter Repräsentanten

Motivation:

Welcher der Kunststoff-
blöcke ist größer?



Erarbeitung:

Zeichne selber einen Kunststoffblock, der
halb so groß ist wie der erste Block.

Sicherung:

Wie kann man ohne abzählen schneller auf die Anzahl
der einzelnen Blöcke kommen?

Verhiefung:

Zeichne einen Kunststoffblock, der aus 25 einzelnen
~~Blö~~ Kunststoffblöcken besteht und mindestens so hoch
ist, wie der ^{1.} Block aus Aufgabe 1.

Lernziele:

- Die Schüler sollen aus gegebenen Körpern die Anzahl der Grundelemente ermitteln
- Die Schüler sollen sich überlegen, wie man diese Anzahl schneller, ohne Abzählen ermitteln kann.
- Die Schüler sollen selbständig Blöcke, bei gegebener Menge darstellen.