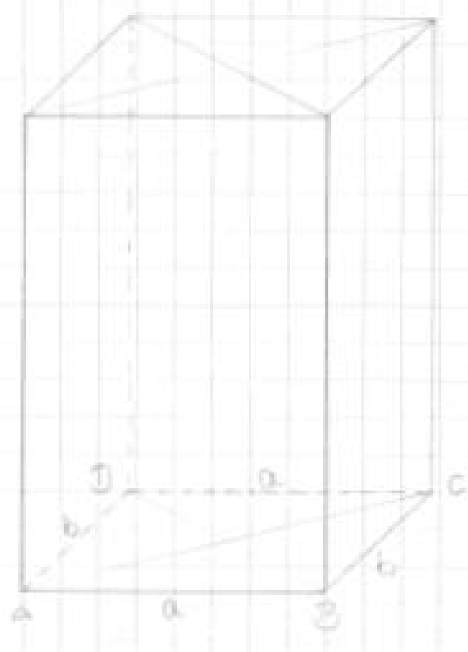
1) Herleitung der Volumenformel für Prismen und Pyramiden:

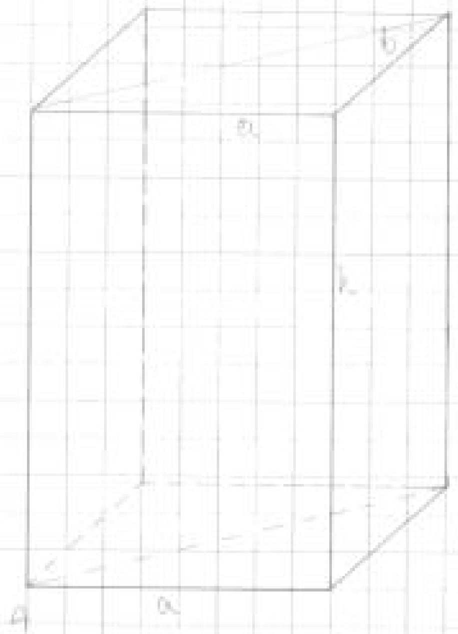
Ein Quader hat die Volumenformel $g \cdot h$, d.h. die Grundfläche multipliziert mit der Höhe.

Ausgehend vom Quader kann man die Volumenformel für Prismen herleiten. Dies soll an einer Skizze veranschaulicht werden.

Quader:



Prisma:



Prisma

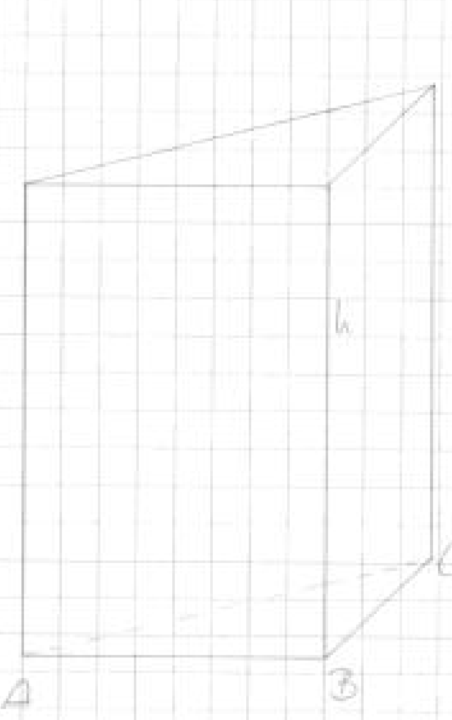
$G = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$
Prisma

Aus der Skizze ist ersichtlich, dass das Prisma die Volumenformel $\frac{1}{2} G \cdot h$

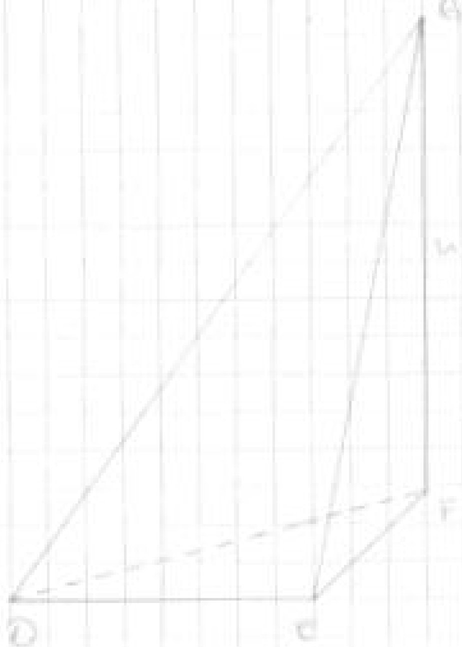
Das Prisma besitzt die Hälfte des Volumens des Quaders.

Die Herleitung der Volumenformel für Pyramiden erfolgt an ~~der Darstellung von~~ Prismen, die 1 Skizze dient der Veranschaulichung!

Prisma ~~Pyramide~~



Pyramide



Das Prisma enthält dreimal den Volumeninhalt einer Pyramide. ~~In der Mitte wurde nur eine Pyramide eingeschnitten~~. Die Volumenformel für eine Pyramide lautet $V_{Pyramide} = \frac{1}{3} \cdot V_{Prisma}$

Die Pyramide wird dreimal in das Prisma eingeschnitten.

2) Volumenberechnung in der Realschule

In der 5. Klasse werden Quader und Würfel besprochen. Eine Wiederholung und Ausarbeitung findet in der 6 Klasse statt. Das Volumen vom Quader und Würfel wird berechnet.

Die Volumenberechnung wird im Zuge der Flächenberechnung eingeführt. Die Schüler müssen erst Flächen von Quadraten, Rechtecken, Dreiecken berechnen können, bevor sie das Volumen von Körpern bestimmen können.

Begonnen wird mit Körpern, bei denen die Volumenberechnung leicht in Modellen und Skizzen veranschaulicht werden können, wie z.B. beim Würfel oder Quader. Zur Veranschaulichung dienen Gegenstände aus dem Alltag, wie z.B. Milchtüten, Kartons, Verpackungen.

In der 7., 8., 9. Klasse werden Volumenberechnungen an Prismen, Pyramiden, Tetraeder, Oktaeder, Zylinder, Kegel und Kugel durchgeführt.

Eine Vertiefung der Volumenberechnung von ~~Zylinder~~ Kegel und Pyramide findet in der 10. Klasse statt, im Zusammenhang mit dem Cavalierischen Prinzip.

In jeder Jahrgangsstufe muss erst eine Wiederholung der Volumenberechnung der vorherigen Jahrgangsstufe erfolgen, auch in Zusammenhang mit der Flächenberechnung, um ein besseres Verständnis zu erreichen.

Zum besseren Verständnis sollen auch Modelle von Körpern chemins.

3.) Unterrichtseinheit Cavalierisches Prinzip

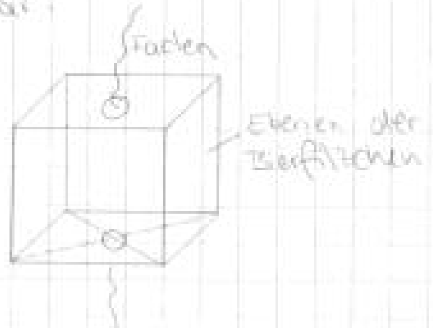
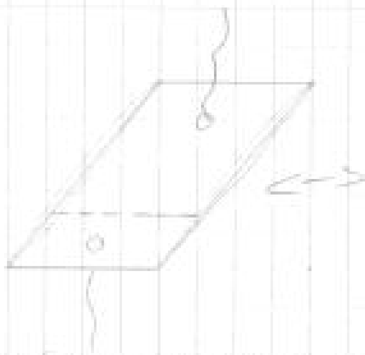
Lernvoraussetzung:

- Beherrschung der Volumenberechnungen für Kugel, Pyramide, Quader
- Verständnis über Körper
- Flächen und Höhen von Körpern kennen u. berechnen können
- Schrägbilder zeichnen können
- Grundfläche erkennen

Lernziele

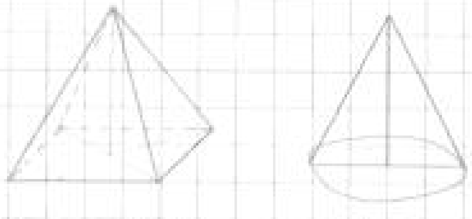
- erkennen, wann Körper volumengleich sind
- Querschnitte einzeichnen können
- das Cavalierische Prinzip auf Körper anwenden können
- besseres räumliches Vorstellungsvermögen

Lehrplan: 10. Klasse

Phase	Inhalt	Sozial-form
Motivation	Aus einigen Bierfilzchen wird ein Turm gebaut. Dieser „Turm" wird vom Lehrer in der Mitte durchstochen und eine Schnur durch das Loch gefädelt. Der Lehrer bespricht und wiederholt die Volumenberechnung für einen Quader. Der Quader stellt das Modell aus Bierfilzchen dar.	Unterrichts-gespräch
	Modell: 	
	Nun wird der "Turm" aus ~~Bier~~ Bierfilzchen nach rechts beziehungsweise links verschoben.	
	Modell: 	
	Um ein gleichmäßiges Verschieben zu ermöglichen, wurde der Faden eingefädelt, außerdem	
Erarbeitung	zur Stabilisierung. Nachdem diese Verschiebung der Bierfilzchen stattgefunden hat, erarbeitet der Lehrer mit den Schülern was ihnen auffällt bezüglich des Volumens des Bierfilzchenturms.	

An der Tafel macht der Lehrer eine große Skizze des Briefstapelmodells, vor und nach der Verschiebung. Die Skizze übernehmen die Schüler ins Heft und schreiben sich einen Merksatz über ihre Beobachtung und ihre Beobachtung über das Volumen mit und ohne Verschiebung auf. Das Volumen bleibt immer das gleiche, auch wenn man eine Verschiebung der Ebenen durchführt. — Tafel, Heft

Motivation: Der Lehrer zeigt zwei Hohlmodelle von einem Kegel und einer Pyramide.
(Die Modelle haben gleiche Höhen und die Flächen der Querschnitte in gleicher Höhe sind gleich.)
Skizze Modell



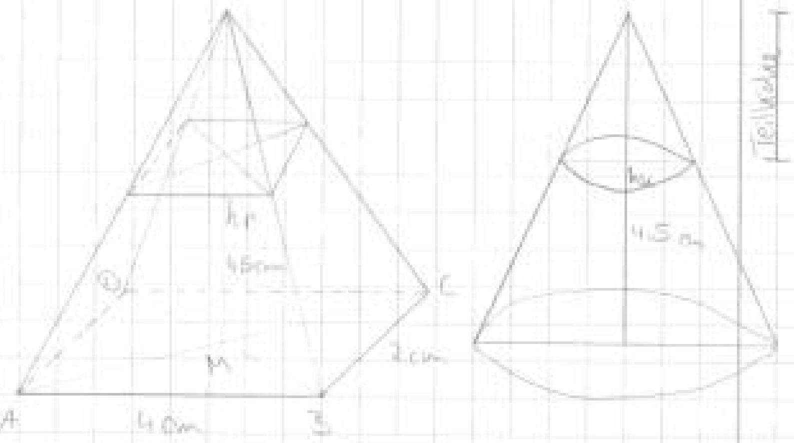
Erarbeitung: Diese Modelle befüllt der Lehrer mit Wasser. Die mit Wasser gefüllten Modelle entleert der Lehrer einzeln in zwei Messbecher. Im Gespräch stellen die Schüler fest, dass beim Ablesen der Wasserstände der Messbecher das Volumen der gleichen Inhalt an Wasser besitzen, müssen sie auch volumengleich sein.
Der Lehrer stellt nun beide Modelle

nebeneinander auf den Tisch, dadurch können die Schüler feststellen, dass beide Modelle die ~~fast~~ gleiche Höhe haben. Der Lehrer stellt die Frage, welche Gemeinsamkeiten die Modelle noch haben könnten. Außer der gleichen Höhe, im Gespräch entwickelt sich, dass die Grundflächen der beiden Modelle gleich sind.

Tafelanschrift, die die Schüler ins Heft übernehmen: Heft

Tafel

Pyramide Kegel



Die Höhe der Pyramide ist gleich der Höhe des Kegels. $h_{Pyramide} = h_{Kegel}$

Die Grundfläche beider Körper ist gleich

$A_{GrundflächeP} = A_{GrundflächeKegel}$

Erarbeitung Der Lehrer zeichnet einen Querschnitt in gleichen Höhen sowohl in der Pyramide als auch im Kegel. Zusammen wird erarbeitet, dass die Querschnitte in gleicher Höhe dann auch den gleichen Flächeninhalt haben. U-Gespräch

Tafel

	Die Schüler zeichnen die Querschnitte in ihr Heft. Die Gemeinsamkeiten beider Modelle werden nochmals erarbeitet. Beide Modelle haben die ~~Grund~~ gleichen Höhen, ~~die Fläche~~ der Inhalt der Grundflächen sind gleich und die Querschnitte in der gleichen ~~[illegible]~~ Höhe sind flächengleich	Heft L-Gespräch
Sicherung	Der Merksatz wird notiert. Satz des Cavalieri: Körper sind volumengleich, wenn sie in gleicher Höhe den flächengleichen Querschnitt besitzen und in der Höhe übereinstimmen.	Heft Tafel