Thema Nr. 3

Aufgabe 1

Der gewöhnliche Bruch:

Besteht aus dem Zähler und dem Nenner, die voneinander mit einem Bruchstrich getrennt sind. Der Zähler steht ~~dem~~ oben und der Nenner unten. Der Bruchstrich dazwischen kann als Divisionszeichen (:) interpretiert werden.

$\frac{3}{4}$ ← Zähler ← Bruchstrich ← Nenner   gelesen: dreiviertel

Der Bruch $\frac{3}{4}$ stellt $3:4$ dar.

Bei der Lösung der Aufgabe $4 \cdot x = 3$ reicht der Bereich der natürlichen Zahlen nicht mehr aus. Die Einführung der Menge der rationalen Zahlen wird notwendig. $4x = 3$ $x = \frac{3}{4}$ Brüche mit der 1 im Zähler nennt man Stammbrüche z.B. $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \ldots$

Addition von Brüchen:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{bd} + \frac{cb}{bd} = \frac{ad + cb}{bd}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} + \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{10 + 12}{15} = \frac{22}{15}$$

Bei der Addition zweier Brüche müssen die Summen auf den selben Hauptnenner gebracht werden. Dies geschieht durch Erweitern der entsprechenden Brüche. Ist der Hauptnenner gebildet, wird dies bei der Summe beibehalten. Die Zähler werden (nach dem die Nenner gleich sind) addiert.

Subtration von Brüchen

Hier muss ebenfalls der Hauptnenner gebildet werden. Dieser wird bei der Differenz beibehalten. Die Zähler werden subtrahiert. zB:

$$\frac{1}{2} - \frac{2}{3} = \frac{3}{6} - \frac{4}{6} = -\frac{1}{6}$$

Multiplikation von Brüchen:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

Bei der Multiplikation von Brüchen werden Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert.

Bspl.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Division von Brüchen:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Bei der Division von Brüchen wird der Divident mit dem Unterbruch des Divisors multipliziert.

Kürzen von Brüchen:

Haben Zähler und Nenner einen gemeinsamen Teiler, so kann der Bruch um diesen Teiler gekürzt werden.

Zähler und Nenner werden durch den Teiler dividiert.

Bspl.

$$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Erweitern von Brüchen

Beim Erweitern werden Zähler und Nenner mit einem bestimmten Faktor multipliziert (erweitert). Bspl.

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ (Erweiterung mit 2)

Allgemein zu Brüchen

Sind Zähler und Nenner gleich, ist der Bruch gleich 1

Die Bruchzahl

Die Bruchzahl auch Dezimalbruch genannt, ist die Division des Bruchs.

$\frac{3}{4} = 0{,}75$

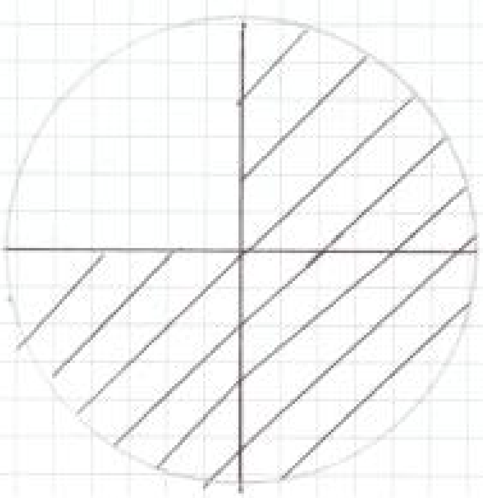
Ist der Zähler $\geq$ Nenner, ist die Bruchzahl ≥ 1

Ist der Nenner größer, ist die Bruchzahl < 1

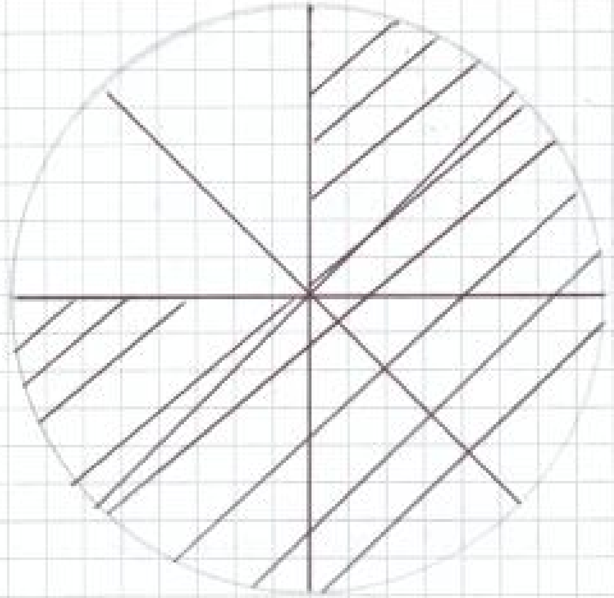
Aufgabe 2

Hierfür stehen eine Reihe von Konzepten zur Verfügung.

Äquivalenzklassenkonzept: Man versucht den Schülern die Wertgleichheit der Brüche anhand bekannter Materie zu veranschaulichen. Bsp. Pizza



$\frac{3}{4}$



$\frac{6}{8}$

Operatorenkonzepte

Mit Operatoren können die S. die Wertgleichheit besser verstehen. Durch die Operation wird die Anwendung eingeübt.

$$\frac{3}{4} \xrightarrow[\cdot 2]{\cdot 2 \quad \text{mit 2 erweitert}} = \frac{6}{8} \qquad \xrightarrow[:2]{:2 \quad \text{mit 2 kürzen}} \frac{3}{4}$$

Operator 1 Operator 2

Größenkonzept:

Die Schüler sollen mit von ihnen bekannten Größen konfrontiert werden.

z.B. kg, m, Zeit.

Am Lineal der Tafel (normalerweise einen Meter lang) sollen die Schüler einen $\frac{3}{4}$ Meter zeigen. Daraufhin der Wert $\frac{6}{8}$.

Gleichungskonzept

Die beiden Brüche werden als Funktion dargestellt.

$A(x) = \frac{3}{4}x$ und $f(x) = \frac{6}{8}x$

Anhand der gezeichneten Graphen wird die Wertgleichheit verdeutlicht.

Aufgabe 3

Die Sachanalyse wurde bei Aufgabe Nr. 1 geschildert.
Die Unterrichtseinheit wird nach der E-I-S Methode konzipiert (Enaktiv, Ikosis, Symbolisch).

Lernziele:

Grobziel: Die Schüler sollen ungleichnamige Brüche addieren können.

Feinziele:

- Die S sollen dem Hauptnenner bei zwei unterschiedlichen Brüchen bilden können.
- Die Addition der Zähler bei gleichen Nenner soll beherrscht werden
-

Unterrichtsverlauf:

Artikulationsstufe	UT-Verlauf	Medien
Einstieg Hinführung zum Thema Motivation: L braucht	Der L. erzählt von gestern Abend: „Meine Frau und Bekannte haben gestern 4 Pizzen bestellt. Eine Pizza hat 8 Stück. Der eine Gast hat 2 Stück übrig gelassen, der andere 4 Stück. ~~Jetzt~~ Jetzt wollte meine Tochter wissen, wie viel „an" Pizza übrig geblieben ist. Ich sagte: 6 Stücke. Sie wollte aber eine andere Antwort."	Geschichte
Hilfsimpuls	Falls die S. das mögliche Schulthema nicht wissen wird eine Halbe und eine Viertel Pizza an die Tafel gemalt. S: Wie addiere ich Bruchstücke?	Tafelbild 
Erarbeitungsphase	Der L. gibt Beispiele an der Tafel	Tafel

Artk.stufe	UT-Verlauf	Organis./ Medien
Wiederholung KgV FZ I (Feinziel I)	man bei Brüchen den Hauptnenner bildet: Hier werden die Regeln zur Bildung des KgV wiederholt.	Tafel links
Enaktive Phase nach 3 Tafelanschriften vorbei; es folgt die [illegible]ische Phase	In der Mitte der Tafel gibt der L. Brüche mit gleichen Nenner wider und addiert diese.	2-3 Bespiele an der Tafelmitte $\frac{1}{2}+\frac{2}{2}=\frac{3}{2}$ $\frac{7}{6}+\frac{19}{6}=\frac{26}{6}$
	Rechts von der Tafel zeigt der L. anhand von 3 Beispielen, wie man Brüche kürzt.	Tafel rechts $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ $\frac{19}{3}=6\frac{1}{3}$
	Der L. teilt die Klasse in 3 Gruppen.	Gruppentische Arbeitsblätter
FZ I	Station 1: Hauptnenner bilden: hier werden Aufgaben ausgelegt, die nur auf das Erweitern beziehen.	
FZ II	Station 2: Hier haben die Brüche gleiche Nenner es sollen die Zähler addiert werden (Nenner bleibt)	

Art.stufen	UT - Verlag	Orga/. Medien
T-Z III	Station 3 hier werden Brüchen gekürzt. Jede Station wird 10 minuten bearbeitet. Danach wechselt die Gruppe zur nächsten Station. Ist jede Station durchlaufen worden werden nun die einzelnen Arbeitsschritte (Station 3) zusammen gefasst. Auf Arbeitsblättern sollen die S. jeder für sich ungleichnamige Brüche addieren.	Aufgaben-blätter zum addieren von Brüchen
Sicherung	Als Hausaufgabe werden Aufgaben aus dem Schulbuch aufgegeben Die Regeln zum Addieren von Brüchen werden ins Heft notiert $\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+cb}{bd}\right.$	Heft

Aufgabe 4

a) ~~*~~ Die natürlichen Zahlen $\mathbb{N}$ sind alle positiven ganzen Zahlen $D = \{0,1,2,3\}$. Es handelt sich um eine unendliche Menge. Um die Aufgabe $5 \cdot x = 3$ zu lösen muss eine, neue Menge betrachtet werden. $5 \cdot x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{5}$

Bei $\frac{3}{5}$ spricht man von einer rationalen Zahl.

~~Ein~~ Eine weitere Erweiterung wäre der ~~Bruch~~ Bereich $\mathbb{Q}$, der reellen Zahlen. Diese werden benötigt, um die Gleichung $x^2 = 3 \Rightarrow x = \sqrt{3}$

Jede Zahl folgt den Gesetzen der:

- Kommutativität $a+b+c = (a+b)+c$
- Assoziativität $a \cdot b = b \cdot a$
- Distributivität $a(b+c) = ab + bc$

Aufgabe 4b:

$1 = \frac{1}{1}$ $\quad 0{,}5 = \frac{0{,}5}{1} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

$1{,}25 = 1 + 0{,}25 = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$ ja

$0{,}\overline{3} = \frac{1}{3}$ ja

$0{,}2\overline{5} \neq \frac{1}{4} = 0{,}25$ nein

$\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{1} \stackrel{?}{=} \frac{2}{\sqrt{2}}$ nein

$3{,}14 = 3 + 0{,}14 = \frac{3}{1} + \frac{14}{100} = \frac{314}{100} = \frac{157}{50}$ ja

$0{,}\overline{9} = \frac{99999}{100000}$ nein

$\pi \approx 3{,}14 \approx \frac{157}{50}$ nein