Thema 2

1. Den Schülern begegneten Pyramiden in ihrem Alltag. Eine Pyramide ist zunächst einmal ein geometrischer Körper.
Die Grundfläche der Pyramide ist ein Vieleck ein so genanntes Polygon. Die Ecken dieses Vielecks werden mit einem Punkt verbunden, welcher sich außerhalb der Ebene befindet.
Jeder Eckpunkt der Ebene wird also mit demselben Punkt außerhalb verbunden. Dieser Punkt ist zu gleich die Spitze der Pyramide.
Die restlichen Flächen sind Dreieckskörper, welche überlappungsfrei aneinander liegen. Diese Dreiecke haben also alle einen gemeinsamen Punkt - die Spitze. $*_1 \rightarrow$ S. 5 }
Der Flächeninhalt der Pyramide lässt sich durch $\frac{1}{3}$ G.h bestimmen. G = Grundfläche und h = Höhe.

Es sind einige Spezialfälle der Pyramide zu nennen.
Zylinder: Ein pyramidaler Körper, dessen Grundfläche ein Kreis, also ~~kein~~ kein Vieleck ist.

Tetraeder: Ein Pyramidaler Körper, dessen Grundfläche ein Dreieck ist.

Pyramidenstumpf: zur Grundfläche einer ursprünglichen Pyramide wird eine Parallele Ebene abgeschnitten. Der Körper hat nun keine Spitze mehr. Die abgeschnittene parallele Fläche G' ist kleiner als die ursprüngliche Fläche G. Die Schnittfiguren sind also ähnlich.

Bei der Berechnung des Volumeninhalts der Pyramide muss zunächst die Grundfläche berechnet werden. Je nach Figur werden hier die Flächeninhaltsformeln verwendet.
Des weiteren wird die Angabe der Höhe h benötigt. Diese muss also ebenfalls (falls nicht eine Größenangabe vorhanden) berechnet werden. Eine Möglichkeit zur Berechnung ist der Satz des Pythagoras.

Die Eckpunkte werden mit Buchstaben wie A, B, ... und die Seiten mit a, b, ... bezeichnet.

*[1] Die Spitze der Pyramide kann als Schwerpunkt bezeichnet werden. Dieser teilt jede Schwerlinie in einem Verhältnis von 3 : 1 (von d. Spitze aus gerechnet).
Die Grundflächen einer Pyramiden können aus u.a. aus folgenden bestehen: Quadrat, allg. Viereck, Dreieck, Kreis etc.

2. Verschiedene Möglichkeiten des Pyramidenvolumens

Die ~~Bestimmung~~ Herleitung des Pyramidenvolumens kann zunächst über das Volumen des Prismas geschehen.
Schülern ist das Volumen des Prismas $V = G \cdot h$ bekannt.
Dies wird am Anfang einer solchen Stunde wiederholt.

1. Der Lehrer bringt verschiedene Paare von Prismen u. Pyramiden mit.
Schüler stellen fest bzw. werden vom Lehrer daraufhin gewissen, dass diese gleiche Grundfläche und Höhe haben.
Gemeinsam wird im Klassenplenum überlegt, inweifern das Prisma bei der Bestimmung des Flächeninhalts weiterhelfen kann.

Schüler befüllen zunächst im Plenum die Pyramide mit Wasser und füllen diese in das Prisma. Sie sehen das ein dreimaliges umschütten notwendig ist.
Schüler überlegen dann, ob dies immer der Fall ist.
Der Lehrer teilt die restlichen Paare (Pyramide-Prisma) an die 5 Klasse aus. Immer zwei Schüler erhalten ein solches Paar. Gemeinsam befüllen sie wieder die Pyramide mit Wasser und schütten dieses in das Prisma um.
Ergebnisse werden in der Klasse zusammengetragen. Alle erlangen zu der Erkenntnis, dass die Pyramide dreimal in das Prisma geschüttet werden kann. Bezug zu Volumenformel herstellen. L: Wenn das Prisma mit $G \cdot h$ berechnet werden kann, wie können wir dann das Pyramidenvolumen berechnen. (Falls Schüler nicht schon von selbst Rückschlüsse aus dem Verfahren gezogen haben.) Schüler stellen fest, dass das Volumen

$\frac{1}{3}$ vom Prismavolumen sein muss, also $\frac{1}{3} G \cdot h$.
Diese Methode eignet sich sehr gut zur Einführung des Pyramidenvolumens, da sie sehr anschaulich ist. Schüler können einerseits selbst ausprobieren und andererseits auch zu eignen Ergebnissen gelangen. Es wird bei schon bekannten angeknüpft, dem Volumen des Prismas. Schüler können einen Bezug/Vorstellung zum Pyramidenvolumen herstellen.
Wichtig ist jedoch, den Schülern ausreichend bewusst zu machen, dass die Paare von Pyramiden und Prismen jeweils gleiche Grundfläche und Höhe haben.

Bei dieser Methode des umschütten und messens können unterschiedlichste Materialen verwendet werden. Neben dem schon genannten befüllen mit Wasser ~~kam~~ kann auch Sand oder Zucker verwendet werden.
Es wäre also eine weitere Möglichkeit die Pyramide mit anderen Materialien zu befüllen.

2. Die Prismen und Pyramiden werden als Modelle mit in den Unterricht gebracht. Immer 3 Pyramiden und 1 Prisma gehören zu einem „Baukasten". In einem solchen Kasten können die 3 Pyramiden so verbaut werden, dass sie das Volumen des Prismas lückenlos ausfüllen. Der Lehrer stellt zunächst ein solches Viererpaar auf das Pult.
Die Schüler werden vom Lehrer darauf aufmerksam gemacht, dass alle Pyramiden und das Prisma gleiche Grundfläche und Höhe haben. Im Klassenplenum wird überlegt, wie so, dass Volumen der Pyramide ermittelt werden kann. Es wird ausprobiert ob ~~w~~ die 3 Pyramiden in das Volumen passen. Stellen fest: Lückenlos

passen die 3 Pyramiden in das Prisma.
Paarweise erhalten die Schüler verschiedene andere Baukästen und probieren wieder aus, ob die 3 Pyramiden in das Prisma passen. → wieder der Fall.
Folgerung welche im Klassenplenum geschlossen wird:
$V_{Pyramide} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$
Diese Methode ist ebenfalls ~~so~~ sehr anschaulich. Schüler werden selbst aktiv und können ausprobieren.
Solche „Baukästen" müssen schon vorgefertigt erworben werden, dies kann sehr kostenintensiv sein.
Schüler bekommen eine Vorstellung über das Volumen der Pyramide und die des Prismas wird nochmals wiederholt.

3. Basteln von Pyramiden und Prisma.

Eine weitere Möglichkeit wäre, Schüler verschiedene Pyramiden und Prismen basteln zu lassen. In Partnerarbeit basteln die Schüler zunächst ein Prisma und eine Pyramide mit gleicher G u. h. Die Schüler stellen fest, dass eine Pyramide zum ausfüllen des Prismas nicht ausreicht. → Sie basteln noch Nummer 2 und 3 und erlangen die Erkenntnis, dass man mit 3 Pyramiden ein Prisma lückenlos ausfüllen kann.
Pyramide muss also $\frac{1}{3}$ vom Prisma sein.
→ $V_{Pyramide} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$
Schüler sind selbst aktiv und fertigen eigene Modelle an. Jedoch müssen die Schüler sehr genau basteln. Bei Ungenauigkeit in der Durchführung können sie ggf. nicht auf das Ergebnis $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$ kommen.

4. Herleitung mit ~~dem~~ dem Cavalerischen Prinzip Basiert auf der Vorstellung, dass ein Körper aus lauter kleinen Schcibchen besteht. Die Theorie des Cavalerischen Prinzips eignet sich nicht für die Herleitung des Pyramidenvolumens in der Hauptschule. Jedoch kann die Vorstellung der kleinen Scheibchen mit Bierfilzen ausgedrückt bzw. veranschaulicht werden. Folgender Prisma u. Pyramide haben die gleiche Grundfläche u. Höhe → Lehrer an Klasse mitgeteilt. Es kann zunächst eine Pyramide mit X-vielen „Bierfilzen" ausgelegt bzw. befüllt werden. Bierfilzen werden an Form der Pyramide angepasst. Die selbe Anzahl von Papierfilzen (welche die Pyramide ausgefüllt haben) und Reicht nicht für die Befüllung aus deshalb wird das Prisma weiter befüllt. Schüler stellen fest, dass 3x so viele Bierfilze in das Prisma passen. Erkenntnis: Das Volumen der Pyramide beträgt $\frac{1}{3}$ vom Volumen des Prismas. $V_{Pyramide} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$.

Diese Methode ist anschaulich und Schüler werden ~~sel~~ selbst aktiv. Jedoch ist sie sehr aufwendig. Bierfilzen müssen sehr genau zu recht geschnitten werden und die einzelnen Stücke müssen im Prisma wieder zusammengesetzen und passend eingesetzt werden.

Die ersten beiden Methoden eignen sich meiner Meinung nach am Besten für die Einführung des Pyramiden-volumens. Sie sind sehr anschaulich, effektiv und ohne großen Aufwand durchzuführen.

Bei allen Methoden ist es wichtig, dass der Lehrer das Stundenthema „Herleiten der Volumenformel der

Pyramide" didaktisch gut einführt.
Den Schülern muss immer vermittelt werden, dass Pyramide und Prisma zum Vergleich gleiche Grundfläche und Höhe haben müssen. Der Lehrer muss ausreichend auf diese Problematik hingewiesen haben. Bzw. beim betrachten der Figuren (Pyramide - Prisma) erlangen die Schüler ~~sch~~ selbst diese Erkenntnis. (selten)
Arbeiten mit Modellen fördert die Schülerinitative, Motivation und Eigenaktivität der Schüler.
Modelle verschiedenster Art dienen zur Veranschaulichung.

3. Zunächst möchte ich festhalten, dass der genaue Stundenablauf, Einsatz von Sozialformen und Ähnlichem immer von den einzelnen Klassen und deren Leistungsstand abhängig ist.
Wichtig für jede Unterrichtstunde:
Die Stunde so aufzubauen, dass man vom leichten zum Schweren gelangt. Für jede Bearbeitung von Aufgaben eine geeignete Differenzierung vorbereitet haben.
Die Berücksichtigung des Sinusprogramms und des EIS-Prinzip kann Unterricht verbessern.

Vorbemerkungen:
In der Klasse findet immer ein kurzes „Warming up" statt.
Den Schülern sind Netzmodelle anderer Figuren bekannt und das Herstellen einer anderen Netzfigur wurde schon vorher durchgeführt.

Das Volumen der Pyramide wurde in einer vorausgegangenen Stunde eingeführt.

Schüler sind den Umgang mit der Formelsammlung gewohnt und finden darin relativ schnell, die versch. Flächenformeln. *2 -> letzte Seite

*3 -> letzte Seite

Stundenverlauf:

Warming - Up:

Folienfußball mit verschiedenen Rechenaufgaben:

- Multiplikation verschiedener Zahlen im Kopf
- leichte Flächenberechnungen,
- leichte Volumenberechnung (Pyramide)

-> Schüler wissen wir haben jetzt Mathe als einfacher Grund der Warming Up Phase

-> Wichtige Rechenarten (u. a. das Kopfrechnen) werden wiederholt

-> Benötigte Rechenanwendungen werden wiederholt.

Erarbeitungsphase

Verschiedene Figuren werden auf Folie gezeigt. Schüler benennen diese und deren Eigenschaft.

Bild eines ~~netz~~ Netzes einer quadratischen Pyramide. L schweigt. Schüler erkennen, dass dies ebenfalls eine Pyramide ist. Gemeinsam wird die Grundfläche und die anderen Seiten bestimmt und farbig angemalen. Grundfläche blau, andere Seiten grün.

Höhe wird mit lila eingezeichnet.

Schüler erhalten in Einzelarbeit die Aufgabe ebenfalls eine Pyramidennetz herzustellen.

G: Quadrat (muss berechnet werden)

h: gegeben

-> Differenzierung: für schnelle, gute Schüler hat Lehrer versch. Zusatzaufgaben zum Thema „Pyramide" dabei. Schüler werden „Mathematikhelfer"

Schüler sollen ebenfalls mit den gleichen Farben die G, h, u. Seiten anmalen.

-> Zunächst wird exemplarisch ein Netz gemeinsam besprochen. Das ist wichtig, da die Schüler so eine Beispielaufgabe haben, an welcher sie sich ~~rienten~~ orientieren können.

-> Schwierigkeiten werden so ermittelt und können behoben werden

-> wichtig ist es, dass die Schüler selbst aktiv werden, so wird das ganze für sie etwas anschaulicher.

-> Differenzierung ist gerade in der Hauptschule wichtig. Alle Schüler sollen die Möglichkeit haben in ihr Netz fertig zu stellen. Ggf. können schnellere Schüler hier als Mathehelfer eingesetzt werden.

<u>Ergebnissicherung</u>

Gemeinsam werden die Netze der Schüler und die Ergebnisse der ~~Rechnu~~ Rechnungen besprochen

-> Wichtig: Nichts Falsches darf im Heftstehen bleiben. Fehler können so erkannt werden und ggf. nochmal besprochen werden

Hausaufgabe:

verschiedene Aufgaben zur Volumenberechnung der Pyramide

→ Gemäß Sinusprogramm: Ein Schüler bereitet HA auf Folie vor und bespricht nächste Stunde die HA mit der Klasse.

*² Folienfußball:

Auf einer Folie wird ein Fußballfeld an die Wand geworfen. Die Klasse wird in zwei Gruppen unterteilt. Wer zu erst das richtige Ergebnis hat und die Hand habt wandelt immer ein Feld in Richtung des Tors.

Lernziele:

Grobziel:

Schüler sollen das Netz einer geraden Pyramide kennen lernen.

Feinziele:

1. Schüler sollen die Eigenschaften der Pyramide wiederholen.
2. S. sollen wissen wie ein Netz der Pyramide aufgebaut ist.
3. S. sollen selbstständig ein Netz der Pyramide skizzieren.