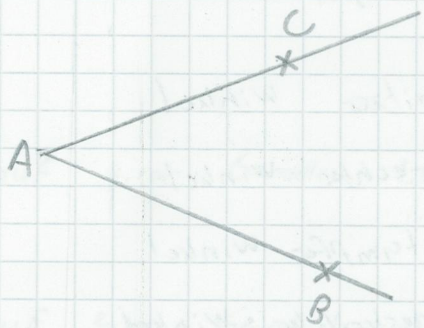
Thema Nr. 1

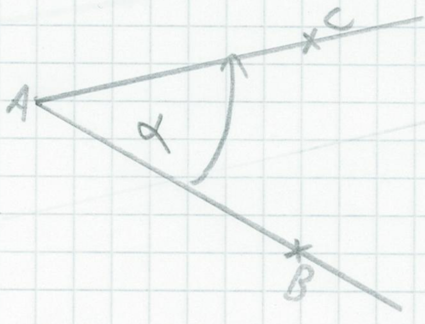
Nr. 1

a) Ein „Winke" wird in der ebenen Geometrie als geordneles Paar zweier Halbgeraden [AB und [AC angesehen. Die beiden Halbgeraden haben somit den gleichen Anfangspunkt A und die beiden Schenkel [AB und [AC.

In dieser Definition ist der Winkel also nur das Gestänge, d.h. die Punktmenge der Halbgeraden.



In der Schule wird jedoch meist eine andere Definition des Winkels gebraucht: nämlich die Definition des Winkels über das Winkelfeld, d.h. das Feld, welche der eine Schenkel überstreicht, wenn er durch Drehung gegen den Uhrzeigersinn (mathematisch positiver Sinn) auf den anderen Schenkel abgebildet wird.



Das Winkelfeld, welches bei Drehungen überstrichen wird, kann nun von den Schülern als „Fläche" gemessen werden.

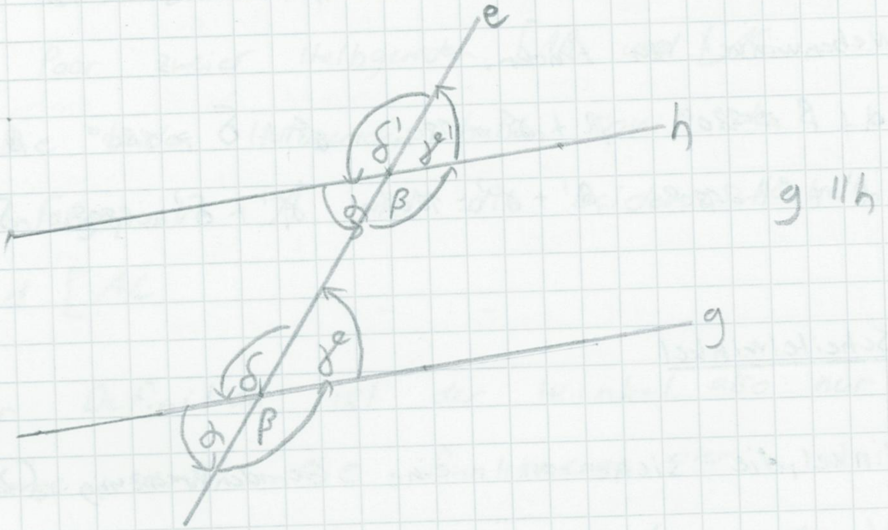
Es ist hierbei auch darauf zu achten, das die Benennung des Winkel mit griechischen Buchstaben den Schülern erst nähergebracht werden müssen.
Auch der Drehsinn ~~ent~~ entgegen den Uhrzeigersinn ist den Schülern neu, und muss erst durch unterrichtliche Aktivitäten als mathematisch positiver Sinn eingeführt werden.

Für verschiedene Winkelmaße bzw. -bereiche gibt es unterschiedliche ~~B.~~ Benennungen:

$0° < \alpha < 90°$	spitzer Winkel
$90°$	rechter Winkel
$90° < \alpha < 180°$	stumpfer Winkel
$180°$	gestreckter Winkel
$180° < \alpha < 360°$	überstumpfer Winkel
$360°$	Vollwinkel

wobei $1°$ im Winkelmaß den 360 Teil des Vollwinkels entspricht.

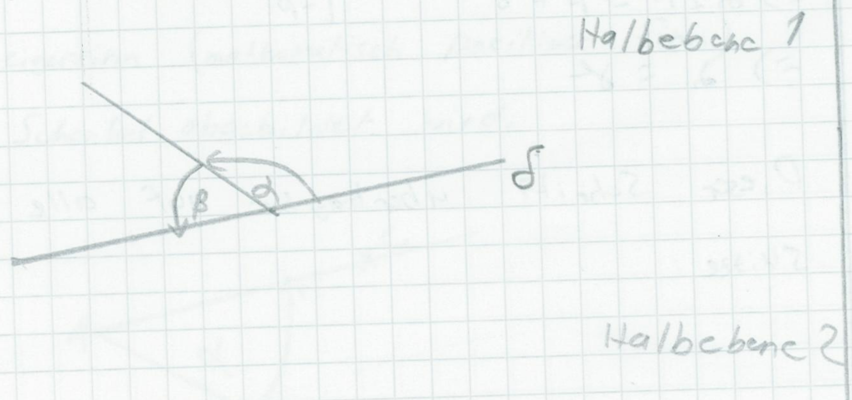
) Skizze 1:



Nebenwinkel:

Winkel, welche auf einer Geraden liegen, ergeben zusammen 180°.

Winkel, welche auf einer Geradenkreuzung auf die der selben Halbebene liegen, welche die Gerade teilt, ergeben zusammen 180°.



Sowohl aus der Anschauung (Gerade δ stellt einen gestreckten Winkel dar, also $180°$ $\Rightarrow \alpha + \beta = 180°$ als auch durch den Nebenwinkelsatz ergibt sich: $\alpha + \beta = 180°$

Das heißt, an den Parallelenpaar aus Skizze 1 sind folgende Nebenwinkel zu finden:

$\alpha + \beta = 180°$ $\beta + \gamma = 180°$ $\gamma + \delta = 180°$ $\delta + \alpha = 180°$

$\alpha' + \beta' = 180°$ $\beta' + \gamma' = 180°$ $\gamma' + \delta' = 180°$ $\delta' + \alpha' = 180°$

Scheitelwinkel

Winkel, die sich an eine Geradenkreuzung (2 Geraden schneiden sich) gegenüberliegen, haben das gleiche Winkelmaß, also sind gleich groß.

Geht man auf die Skizze 1 zurück, so ergibt sich:

$\alpha = \gamma$ $\beta = \delta$

$\alpha' = \gamma'$ $\beta' = \delta'$

Dies kann auch aufgrund des Nebenwinkelsatzes „bewiesen" werden:

$\alpha + \beta = 180° = \beta + \gamma = 180°$

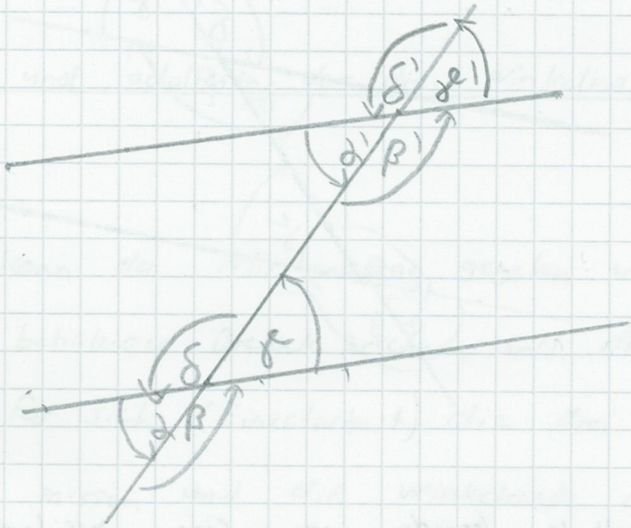
$\Rightarrow \alpha + \beta = \beta + \gamma \quad | -\beta$

$\Rightarrow \alpha = \gamma$

Dieser Schritt übertragbar auf alle Winkel aus Skizze:

Stufenwinkel oder F-Winkel

Skizze 2



Werden parallele ~~Winkel~~ Geraden von einer weiteren Geraden geschnitten, so sind Winkel, die jeweils auf derselben Halbebene bezüglich der parallelen Geraden stehen, gleich groß.

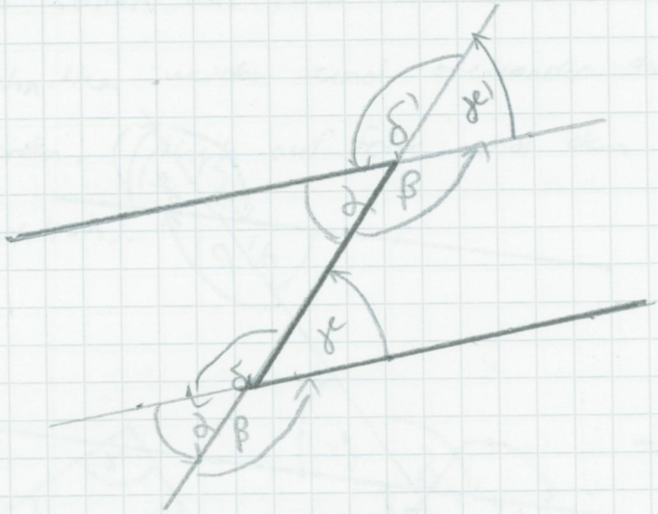
D.h. bezüglich der Skizze 2:

$\beta = \beta'$ $\alpha = \alpha'$

$\gamma = \gamma'$ $\delta = \delta'$

Durch Markierungen lassen sich diese F-Winkel (für Schüler leichter verständlich) gut herausbilden.

Wechselwinkel n oder Z - Winkel



Werden parallele Geraden von einer weiteren Gerade geschnitten, so ergeben sich, wie im ~~vorliegen~~ vorherigen Abschnitt gesehen Stufenwinkel, z.B. $\gamma = \gamma'$.
Nun kennen die Schüler aber bereits die Scheitelwinkel, d.h. sie erkennen durch $\gamma' = \alpha'$, das auch die Beziehung ~~γ~~ $\gamma = \alpha'$ gelten muss (diese Beziehung ~~ist~~ auch übertragbar auf die anderen Winkel). Diese Art der Winkelbeziehung nennt man Wechselwinkel oder Z-Winkel. ~~wieder sehr einleuchtend für die Schüler~~ Wechselwinkel und Stufenwinkel gibt es immer, ~~wem~~ wenn 2 Geraden von einer Dritten gekreuzt werden, allerdings können die Winkelsätze, d.h. die Aussagen über die Größe, nur getroffen werden, wenn zwei ~~die~~ der Geraden parallel sind.

Ebenso kann im Rückschluss gesagt werden:
Sind (die zwei) Wechselwinkel (oder (die zwei) Stufenwinkel gleich groß, so sind die Geraden parallel.

Nr. 2

Im folgenden sollen verschiedene unterrichtliche Aktivitäten, die zur Begründung des Satzes über die Innenwinkelsumme im Dreieck führen, beschrieben werden:

1. <u>Durch Messen und addieren der drei Winkelmaße des Dreiecks</u>

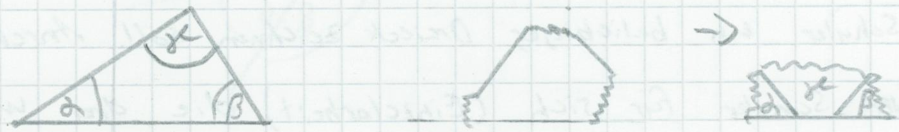
Im Unterricht kann der Arbeitsauftrag gegeben werden, das jeder Schüler ein beliebiges Dreieck zeichnen soll. Anschließend soll jeder Schüler für sich (Einzelarbeit) die drei Winkel seines Dreiecks messen und die Winkelmaße addieren. Anschließend wird im Plenum eine Auflistung der Summen z.B. an der Tafel notiert, verglichen und besprochen. Das Ergebnis wird sein, das alle Schüler ca. 180° als Summenwert bekommen. Ist dies bei einem Schüler nicht der Fall, so können die Winkel dieses Dreiecks nochmals gemeinsam gemessen und anschließend addiert werden.

Didaktischen Analyse dieses Zugangs:

- Das Winkelmessen wird wiederholt und dadurch erneut geübt
- Die Schüler sehen, dass durch das Messen der Winkelmaße der beliebigen Dreiecke, der Innenwinkelsatz nicht nur auf bestimmte Dreiecke festgelegt ist.
- Die Schüler kommen selbständig auf das Ergebnis der Innenwinkelsumme im Dreieck

2 weiterer enaktiver Zugang

Die ~~Schg~~ Schüler sollen Dreiecke ausschneiden.
Anschließend sollen von jeden Dreieck die Ecken abgerissen oder abgeschnitten werden und aneinander auf ein Blatt gelegt werden. (Auch auf Folie und den Tageslichtprojekter sehr anschaulich).



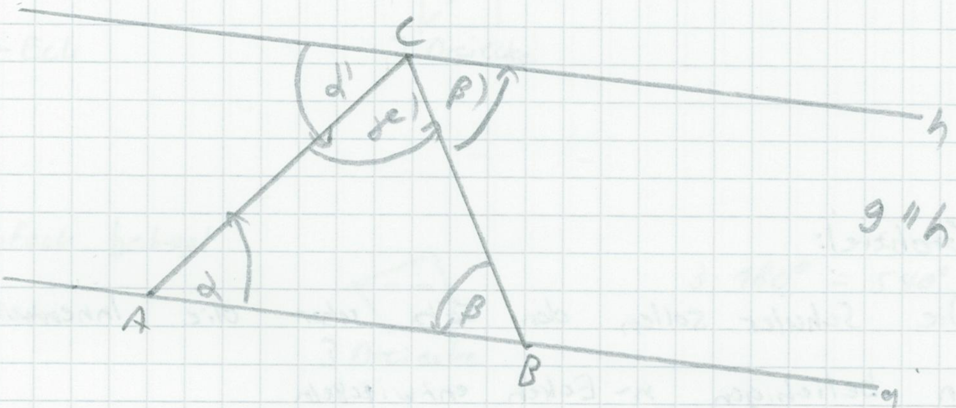
Die Schüler ~~sehen~~ merken, das sich dabei immer ein gestreckter Winkel, also 180° ergeben
Die Dreicke werden von jeden Schüler frei gewählt, also allgemeine Dreiecke, rechtwinklig, gleichseitige und gleischenklige Dreiecke verwendet werden ~~durfen~~ dürften, sehen die Schüler, das die Innenwinkelsumme in jedem Dreieck 180° beträgt.

3. Anhand eines Geometrie - Software - Programms

Zum Beispiel Geonext können die Schüler Dreiecke am PC zeichnen und sich von dem Geometrie - Programm die Winkel messen lassen. Anschließend können die Schüler die 3 Winkelmaße selbst addieren, oder können auch dies mit Hilfe des Geometrie - Programms durchführen lassen.
Der Vorteil dieses Zugangs ist, dass die Schüler das gezeichnete Dreieck durch Ziehen einzelner Eckpunkten jederzeit verändern können, und so innerhalb kürzester Zeit die Innenwinkelsumme verschiedenster Dreiecke berechnen oder sich mit Hilfe des Software - Programms berechnen

~~Einzelnen~~ lassen können.

4. Eine weitere Möglichkeit ist der Zugang über die Wechsel- und Stufenwinkelsätze ~~a~~ parallelen Geraden.



Zur Dreiecksseite AB wird eine Parallele durch den Punkt C gezogen. Als Anknüpfung an die eigentlichen Geradenkreuzungen, in den Stufen- und Wechselwinkel kennengelernt werden, heißt dies nun, dass g und h die parallelen Geraden, und [AC] und [BC] nun die Strecken sind, welche die beiden Geraden g und h schneiden. Eventuell durch farbige Hervorhebung lassen sich nun die Wechselwinkel kennzeichnen. Die Schüler stellen fest:

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \alpha' \\ \beta &= \beta' \end{aligned}\right\} \text{(i)}$$

Dadurch ergibt sich α', γ' und β' sind Nebenwinkel oder aus der Skizze erkennbar:

$$\alpha' + \gamma' + \beta' = 180°$$

Nr. 3

Vorwissen:

Die Schüler kennen in dieser Stunde bereits:

- die Innenwinkelsumme im Dreieck

Grobziel:

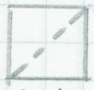
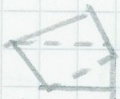
Die Schüler sollen den Satz über die Innenwinkelsumme in beliebigen n-Ecken entwickeln

Teilziele:

Die Schüler sollen:

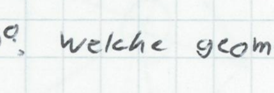
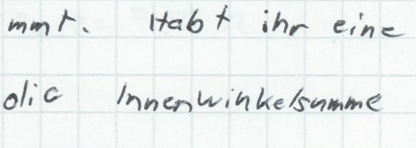
- die Innenwinkelsumme im Viereck entwickeln
- Innenwinkelsumme auf Fünfeck erklären und entwickeln
- Auswertung auf N-Eck durch Permanenzprinzip erkennen.

Arbeitsblatt

Die Innenwinkelsumme	Figur	
1. im Dreieck beträgt 3-Eck	 1 Dreieck	$180°$
2. Im Viereck beträgt 4-Eck	 2 Dreiecke	$2 \cdot 180° = 360°$
3. im Fünfeck beträgt 5-Eck	 3 Dreiecke	$3 \cdot 180° = 540°$
4. im 6-Eck	 4 Dreiecke	$4 \cdot 180° = 720°$

Merke: Jedes ~~a~~ n-Eck kann in ~~(n-2)~~ $(n-2)$ Dreiecke unterteilt werden.

D.h. jedes n-Eck ~~besi~~ besitzt die Innenwinkelsumme $(n-2) \cdot 180°$.

	Zeit	Artikulationsstufe	Schüler-Lehrer-Aktivitäten
L-Lehrer	5 min	Einstieg	Wiederholung der Innenwinkelsumme L: In der letzten Stunde Innwinkelmaßen einer bestimmten kann mir nochmals jemand Ergebnis wir gekommen sind? ~~erweiterte~~ erwartete Schülerantwort wir haben uns die ~~Innen~~ angesehen diese beträgt bei
	15	Erarbeitung	L: Gut. Ich habe euch Dreieck als Styroporfigur Innenwinkelsumme, also die beträgt 180°. Welche geometrischen dem Dreieck noch, welche S: Viereck, Fünfeck, ... L: Das stimmt. Habt ihr eine Figuren die Innenwinkelsumme mögliche Hilfestellung 1: Lehrer geht mit Styropordreieck ~~Dreieck~~ Dreieck als Schablone Dreieck an die Tafel  mögliche Hilfestellung 2: und zeichnet erneut:  L: ~~wel~~ Welche Figur ist nun S: Viereck oder Parallelogramm

	Medien	Sozialform
im Dreieck.		
haben wir uns mit den		Plenum
geometrischen Figur beschäftigt,		
wiederholen, welchen besonderen		
(=e.s.):		
Innenwinkelsumme des Dreiecks		
jedem Dreieck 180°.		
nochmals ein beliebiges		
mitgebracht. Hier ist die		
Summe aller Innenwinkel		
Figuren kennt ihr den außer	Styropormodell	
Innenwinkel besitzt?	eines Dreiecks	
	oder Geodreieck	Plenum
Idee, wie man in diesen		
ganz leicht bestimmen könnt?		
	Tafel	
an die Tafel, nimmt dieses		
und zeichnet dann das beliebige		
Anschließend dreht er die Schablone		
entstanden		

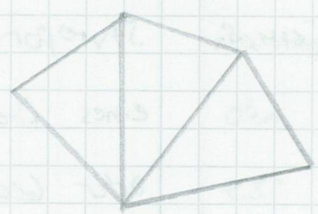
L: D.h. es ist ein Viereck aus 2 Dreiecken
Was glaubt ihr, was bedeutet das
im Viereck 2

eS: Die ist dann auch 2 mal die vom
$2 \cdot 180^\circ = 360^\circ$

L: Das stimmt, dies folgern wir daraus, weil wir
Dreiecke teilen können.

30 | Erarbeitung 2 | L: Wie sieht es jetzt bei einem Fünfeck
zeichnet mit eurem Banknachbar in Partner-
versucht dieses eben in Dreieck aufzuteilen,
Innenwinkelsumme zu mögliche Schülerantworten:

1:



3 Dreiecke
$\Rightarrow 3 \cdot 180^\circ = 540^\circ$

Besprechen der Antwort 2 im Plenum
abgezogen werden: $900^\circ - 360^\circ = 540^\circ$

35 | Sicherung | L: Trägt nun die gewonnenen Ergebnisse auf

Erarbeitung 3 | L: Was vermutet ihr nun bezüglich des 8-Ecks

Hilfestellung: 4-Eck → 2 Dreiecke $4-2=2$
5-Eck → 3 Dreiecke $5-3=2$
6-Eck → 4 → Dreiecke $6-4=2$

S: Jedes n-Eck immer $(n-2)$: Dreiecke

entstanden. | | Plenum

bezüglich der Innenwinkelsumme

Dreieck, also

jedes beliebige Viereck in 2

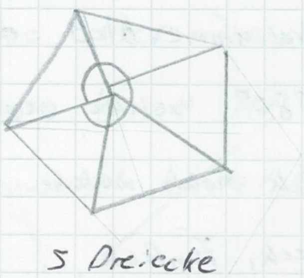
aus?

a'eit ein beliebiges Fünfeck, und | evll. auf Folie, | Partner-arbeit

und dadurch Rückschliessend die

| Tagesprojektor

2.



Schülerfehler

5 Dreiecke

$5 \cdot 180° = 900°$

Vollwinkel in der Mitte muss

dem Arbeitsblatt bis Nr. 12 ein | Arbeitsblatt

ohne Skizze?

	L: Was bedeutet dies bezügl. der
	S: Jedes n-Eck immer $(n-2) \cdot 180°$
Sicherung 2:	L: Gut. Dies notier ~~ie~~ ich euch jetzt Merksatz auf das Arbeitsblatt

Didaktische Analyse:

- Einstieg: Durch die Wiederholung des IWS im Dreieck kann in der Stunde darauf aufgebaut werden.
- Erweiterung der Innenwinkelsumme im Dreieck auf Viereck → sehr anschaulich für Schüler, durch Styropofigur auch greifbar, alltagsbezug wird hergestellt.
- Erweiterung auf 5-Eck → immer wieder Rückbezug auf Dreieck → Pomanenzprinzip
- durch Partnerarbeit entstehen wieder verschiedene Fünfecke ⇒ Verdeutlichung, das jedes beliebige Fünfeck in 3 Dreiecke unterteilt werden kann.
- Sicherung auf Arbeitsblatt. Es geht nicht soviel Zeit verloren, um Tabelle zu zeichnen, auf dem AB bereits strukturierte Vorarbeit durch der Lehrer geleistet → kann von S in Einzelarbeit bearbeitet werden.

Innenwinkelsumme		Plenum
noch als	AB	Plenum