

1.) Es gibt zwei Grundvorstellungen zur Subtraktion.

Einerseits kann die Subtraktion unter einem dynamischen Gesichtspunkt gesehen werden.

Hierbei ist die Gesamtmenge bekannt. Von dieser

wird eine Teilmenge weggenommen. Die restlich

übrig bleibende Menge ~~kann als~~ ist das

Ergebnis der Subtraktion. Desweiteren besitzt

die Subtraktion einen statischen Aspekt. Hierbei

ist die Gesamtmenge und eine Teilmenge gegeben.

Der Unterschied zwischen diesen Mengen stellt

das Ergebnis dar.

Die schriftliche Subtraktion wird anhand eines

Verfahrens in der dritten Jahrgangsstufe eingeführt

und in der vierten Klasse vielfältig geübt.

Für die Grundschule werden zwei Verfahren, die

Bogen-technik mit Wegnehmungsverfahren und die

Erweiterungstechnik mit Ergänzungungsverfahren, empfohlen.

~~Die Grundvors~~

Die Bogen-technik beruht auf dem Prinzip des

Entbündeln von Zehnern oder Hundertern

zu 10 ~~8~~ Einern bzw. Zehnern (falls das

stellenweise ~~2~~ Abziehen nicht möglich ist.

Das Verfahren wird nun anhand der Aufgabe

2007 - 318 genauso erläutert.

2

Die Minuend und der Subtrahend werden stellengerecht untereinander geschrieben und die ~~Stellenweise~~ Ziffern stellenweise voneinander abgezogen.

$$\begin{array}{r}
 99 \\
 1\ 10\ 10\ 17 \\
 2\ 0\ 0\ 7 \\
 - \quad 3\ 18 \\
 \hline
 16\ 89
 \end{array}$$

Man beginnt bei den Einern. 7 minus 8 kann man nicht rechnen, deshalb muss ein Zehner entbündelt werden. Da jedoch 0 Zehner zur Verfügung stehen muss ein Hundertes zu zehn Zehnern entbündelt werden. Auch dies ist hier nicht möglich, weshalb zunächst ein Tausender in 10 Hunderten, 1 Hundert in zehn Zehnern und schließlich ein Zehner in 10 Einern getauscht werden muss. Nun können von den 17 Einern 8 weggenommen werden. Das ergibt 9 Einer. Von den 9 Zehnern kann nun ein Zehner ~~ab~~ und von den 9 Hunderten 3 Hundertes abgezogen werden. Zuletzt wird von dem Tausender null abgezogen. Somit erhält man das Ergebnis 1689.

- 1) Die Division kann als Verteilen oder Aufteilen aufgefasst werden. Bei der Vorstellung des Aufteilens ist die Gesamtmenge und die Anzahl der Elemente der Teilmenge bekannt. Gesucht wird die Anzahl der Teilmengen. Ein Beispiel dafür wäre, 12 Kinder in dreier Gruppen aufzuteilen. Die zweite Vorstellung ist die des Verteilens. Hierbei sind die Gesamtmenge und die Anzahl der Teilmengen bekannt. Gesucht wird die Möglichkeit der einzelnen Teilmengen. Zum Beispiel sollen 12 Äpfel an vier Kinder verteilt werden.

Die schriftliche Division ist Thema in der vierten Jahrgangsstufe. ^{Das} ~~Beim~~ Normalverfahren der Division soll an ~~eben~~ dem Beispiel

$1456 : 13$ genauer erläutert werden. Zunächst wird im Divident von links aus die erste Zahl gesucht, die in die 13 hineinpasst.

In diesem Fall wäre das 14. Nun wird im Kopf überschlagsmäßig ~~und~~ gerechnet, wie oft die 13 in die 14 hineingeht.

In unserem Fall einmal. Diese Zahl wird nun rechts neben der Aufgabe als höchste Stelle des Ergebnisses notiert. Auf diesen Schritt folgt die Multiplikation des Divisors mit der gefundenen Ziffer im Ergebnis. Im Beispiel also $13 \cdot 1$. Das Produkt wird nun ~~rechts~~ unter dem Divident an

der passenden Stelle notiert. Im Beispiel die 13 unter die 14. In einem nächsten Schritt wird das Produkt von der ersten Zahl, durch die geteilt wurde, also von der 94, subtrahiert.

Das Ergebnis der Subtraktion bleibt stehen. Im nächsten Schritt wird die Ziffer ^{aus dem} Ergebnis der Subtraktion angefügt, die rechts von der Zahl steht, die dem ersten Dividenten steht. ~~in der~~

In diesem Beispiel wäre dies die fünf. Nun wird ~~mit~~ auf die gleiche Weise weitergerechnet, bis alle Ziffern des Dividenten „aufgebraucht“ wurden.

Falls die letzte Subtraktion nicht das Ergebnis 0 liefert, wird das Ergebnis als Rest neben dem Quotienten notiert.

$$\begin{array}{r} 1456 : 13 = 112 \\ - 13 \\ \hline 15 \\ - 13 \\ \hline 26 \\ - 26 \\ \hline 00 \end{array}$$

Das Normal

Dem Normalverfahren liegt das Prinzip des schrittweisen Rechnens zugrunde, weshalb auch im Gegensatz zu den ^{Schrittweisen} ~~anderen~~ Normalverfahren der anderen Grundrechenarten von links nach rechts gerechnet wird. Es ~~ist~~ ^{werden} also die nächsten Stellen des Dividenten zuerst betrachtet und auch das ~~Ergebnis~~ ^{das} erste Teilergebnis ~~an~~ an der nächsten Stelle des Gesamtergebnisses der Division notiert.

Die andere Richtung, also von rechts nach links, wäre gar nicht möglich, da sonst Probleme mit dem Ergebnis der Subtraktion entstehen würden.

2.) Die schriftliche Division beinhaltet viele

Fehlerquellen für die Schülerinnen und Schüler.

Häufig werden sogenannte Nullfehler, gerade wenn die Null am Ende einer Zahl steht, gemacht.

Öftmals ~~wird~~ wird die Null am Ende des Dividenten ignoriert und beim Ergebnis vergessen.

$$\begin{array}{r} 1480 : 12 = 4 \\ - 48 \\ \hline 0 \end{array}$$

Dieser Fehler kann behoben oder vermieden werden, wenn die Kinder angehalten werden eine Probe zu rechnen oder vor Beginn der Rechnung eine Überschlagsrechnung durchzuführen. Die Kinder erkennen somit den Fehler, da ihre Zahl um ein zehnfaches ~~zu klein~~ ist kleiner als das Ergebnis der Überschlagsrechnung ist.

Fehler mit der Null können auch entstehen, wenn das Ergebnis einer Subtraktion beim schriftlichen Dividieren ~~ist~~ die Zahl, die aus dem Ergebnis der Subtraktion und der nächsten Ziffern des Dividenden besteht und durch die geteilt werden soll, kleiner als der Divisor ist. Auch diese Null, da der Divisor ja null mal in die Zahl geht, wird oft beim Ergebnis vergessen.

$$\begin{array}{r} 3857 : 19 = 23 \\ - 38 \\ \hline 057 \end{array}$$

Auch dieser Fehler kann mithilfe des Überschlag-techniken aufgedeckt werden. Er kann vermieden werden, wenn alle Schritte konsequent und ohne Verkürzung ausgeführt werden. Also auch

* gerechnet wird:

$$\begin{array}{r} \cancel{0}5 \\ - \cancel{0}0 \\ \hline 87 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3857 : 19 = 203 \\ 38 \\ \hline 05* \\ - 00 \\ \hline 57 \end{array}$$

Weitere typische Fehler sind sogenannte Stellenwertfehler. Hierbei schreiben die Kinder das Ergebnis der Multiplikation an unter die falsche Stelle des Dividenden.

$$\begin{array}{r} 38'57 : 19 = 2... \\ - 38 \\ \hline 47 \end{array}$$

Dieser Fehler kann vermieden werden, wenn die Kinder die Zahl markieren (z.B. durch einen Strich) ~~da~~, die der erste Dividend war und konsequent für eine Ziffer ein Kästchen auf dem Papier verwenden.

Ein weiterer typischer Schülerfehler

Fehler geschehen auch oft bei der überschlagsmäßigen Division, bei der abgeschätzt wird, wie oft der Divisor in die Zahl hineinpasst.

Oftmals wird falsch überschlagen und nicht bemerkt, dass der Divisor einmal öfter in die Zahl gepasst hätte. Dies führt dazu, dass Kinder im weiteren Schritt der Division, ein Ergebnis erhalten, welches größer als zehn ist. Dieses wird dann im Endergebnis notiert, weshalb dieses nun ein zehnfaches zu hoch ist.

$$\begin{array}{r} 3857 : 19 = 1103 \\ -19 \\ \hline 195 \\ -190 \\ \hline 57 \end{array}$$

Aufgedeckt werden kann dieser Fehler durch Überschlagsrechnung. Zur Vermeidung ist es wichtig, dass die Kinder angehalten werden, jedesmal das Ergebnis der Subtraktion zu prüfen, ob es kleiner als der Divisor ist.

Ein Fehler der häufig vorkommt ist, dass die Kinder von links nach rechts rechnen, also ~~bei~~ die kleinsten Stellen des Dividenden zuerst durch den Divisor teilen. Dies hängt vermutlich damit zusammen, dass bei den schriftlichen Verfahren der anderen Grundrechenarten von rechts nach links gerechnet wird.

$$\begin{array}{r} \rightarrow 3857 : 19 = 302 \\ -57 \\ \hline 3800 \end{array}$$

Vermieden ~~werden~~ werden kann der Fehler, wenn bei der Einführung der schriftlichen Division die Rechenrichtung genau erklärt wird und als Hilfe neben die Aufgaben ein Pfeil gezeichnet wird, der die Rechenrichtung vorgibt. Die Kinder, die anhaltend Schwierigkeiten mit der Rechenrichtung haben, sollen stets bevor sie mit dem Rechnen beginnen, den Pfeil als Hilfe angeben.

Da in der schriftlichen Division nicht nur dividiert, sondern auch multipliziert und subtrahiert wird, können auch Fehler bei der Multiplikation und Subtraktion entstehen. Diese Fehler können vermieden werden, wenn sichergestellt wurde, dass alle Kinder einer Klasse die schriftliche Subtraktion und das kleine Einmaleins sicher beherrschen und anwenden können.

Sachanalyse: ~~Die schriftliche~~ Das Verfahren der schriftlichen Division und typischer Fehler von Schülern wurden in Aufgabe 1 und 2 erläutert.

Voraussetzungen:

Die Kinder sollten mit dem Verfahren der schriftlichen Division vertraut sein und ^{die Technik des} das Verfahrens sicher beherrschen. Zudem sollte die schriftliche Subtraktion und das kleine Einmaleins als sichere Grundlage vorhanden sein. Die Kinder können die schriftliche Division auch mit zweistelligen Divisoren durchführen.

Ziele:

- Grobziele: Vermeiden von typischen Fehlern bei der schriftlichen Division.
Die Kinder sollen.
- Feinziele:
 - Fehler von anderen Schülern erkennen
 - Die Schülerinnen und Schüler sollen selbst Vorschläge zur Vermeidung von den Fehlern machen.
 - Die Kinder sollen Hilfen zur Vermeidung der Fehler erhalten und lernen lernen.

Die Unterrichtseinheit ist für eine vierte Jahrgangsstufe konzipiert.

Bezug zum Lehrplan:

In der vierten Jahrgangsstufe wird schriftlich mit und ohne Rest dividiert. Eingeführt wird die schriftl. Division mit einem einstelligen Divisor. Darauf folgt

die Division durch Zehnerzahlen und durch zwei-
stellige Divisionen

Artikulationsschema

Thema: Vermeidung von Fehlern bei der schriftlichen

Division

4. Klasse

Artikulation	Inhalt	Sozialform	Medien / Material
Einführung: (ca 5-10 min)	Zu Beginn der Unterrichtseinheit rechnen sich die Schüler „warm“ und bewegen sich dazu. Die Lehrkraft kennt eine Subtraktions-, Division- oder Multiplikationsaufgabe. Die Kinder rechnen das Ergebnis aus und führen dem- entsprechend oft die vorgegebene Übung (Wippen, Watschen, im Kreis drehen) aus. Das Einmaleins und die Subtraktion werden für die schriftliche Division benötigt.	Einzelfarbeit	

Artikulation	Inhalt	Social form	Medien / Material
	Kinder erkennen, dass das erste Ergebnis richtig ist und dass ^{der} beide zweiten Rechnung vergessen wurde, die Null herunter zu holen. L: Wie kannst ^{du} man hier erkennen, we dass du einen Fehler gemacht hast? S: Durch Proberechnen oder überschlagrechnen. L: Und was kannst du machen, damit dir der Fehler nicht passiert? Schüler überlegen: Zahlen durchstreichen oder markieren, die ich schon heruntergezogen habe! (Falls die Kinder diesen Einfall nicht haben, muss die Lehrkraft die Idee anbringen) Die Kinder teilen sich in 6 Gruppen auf. Die Gruppen bekommen ^{verschiedene} Arbeitsblätter, auf denen eine Lösung zu	Unterrichtsgespräch	Tafel
		Gruppenarbeit	Arbeitsblatt

Artikulation	Inhalt	Sozialform	Medien, Material
	Auf dem Arbeitsblatt ist die Lösung einer Divisionsaufgabe mit einem typischen Fehler abgedruckt. Jedes Kind teilt die Aufgabe zunächst für sich und vergleicht α sein Ergebnis mit den anderen. Jede Gruppe soll gemeinsam den Fehler der abgedruckten Lösung finden und Vorschläge zur Vermeidung oder Erkennung machen. Jeweils 2 Gruppen haben das gleiche Arbeitsblatt. Die abgedruckten Fehler sind Stellenwertfehler, Divisionsfehler oder Nullfehler.	Gruppenarbeit	
	Wenn die Kinder damit fertig sind, heften sich alle im Sitzkreis vor der Tafel. Kinder erklären den Fehler und nennen ihre gefundenen Möglichkeiten zur Vermeidung. Die anderen Kinder reflektieren darüber und geben ihre Meinung ab.	Sitzkreis	Arbeitsblätter

Artikulation	Inhalt	Socialform	Medien / Material
	Lehrer ergänzt eventuell die Vorschläge. Für die Vermeidung von Stellenwertfehlern sollte die konsequente Schreibung einer Ziffer in ein Kästchen erwähnt werden, und die Markierung des ersten Dividenden erwähnt werden. Zur Vermeidung des Fehlers bei der überschlagsmäßigen Division wird die Überprüfung der Subtraktionsergebnisse, welche kleiner als der Divisor ist, genannt. Für die Behebung der Nullfehler ^{ist die Regel} die konsequente Durchführung aller Schritte.	Unterrichtsgespräch	
Ergebnissicherung ca. 10 min	Tafelauschrift und Hefteintrag: „So mache ich keine Fehler bei der schriftlichen Division“. Die Regeln zur Vermeidung von Fehlern werden genannt.	Einzelarbeit	Tafel, Heft

Gruppe 1 und 2:

Rechne die Aufgabe: $3857 : 19 =$ Tom hat so gerechnet: $3857 : 19 = 225R2$

Findest du den Fehler?

$$\begin{array}{r} 3857 \\ - 38 \\ \hline 477 \end{array}$$

Was kann Tom machen, damit ihm dieses Fehler
nicht mehr passiert:

Gruppe ³ und ⁴ 3 und 4:Rechne die Aufgabe: $3857 : 19$ Tina hat so gerechnet: $3857 : 19 = 1103$

$$\begin{array}{r} 3857 \\ - 19 \\ \hline 195 \\ - 190 \\ \hline 57 \\ - 57 \\ \hline 00 \end{array}$$

Gruppe 5 und 6

Rechne die Aufgabe: $3857 : 19 =$ Lisa hat so gerechnet: $3857 : 19 = 23$

(Analog zur Gruppe 1/2)

$$\begin{array}{r} 3857 \\ - 38 \\ \hline 057 \end{array}$$

Heftbeitrag:

„So mache ich keine Fehler beim schriftlichen
Teilen“ Aufgabe: $3857 : 19$

Regeln:

- Schreibe jede Ziffer in ein Kästchen!
- Markiere die erste Zahl, die durch 19 geteilt wird!
- Striche jede Ziffer durch, die du schon heruntergezogen hast!
- Prüfe beim Abziehen, ob die Zahl kleiner ist, als die durch die geteilt wird!

- überlege die Rechnung bevor du rechnest!