Thema Nummer 2

1. Ein Stellenwertsystem oder auch Positionssystem genannt ist ein Zahlensystem, das im Gegensatz zu einem Additionssystem mit einer begrenzten Anzahl an Symbolen, meist Ziffern oder Zahlzeichen, beliebig große Zahlen darstellen kann.
In diesem Zusammenhang spricht man auch oft von der b-adischen oder g-adischen Darstellung der Zahlen, wobei die Variable b/g für die Anzahl der Symbole steht.
Bekannte Stellenwertsysteme sind beispielsweise das Dezimalsystem (dekadisches System mit der Grundzahl 10), das vor Allem im Alltag eine sehr große Rolle spielt (Schulbezug, Beruf etc.) aber auch das Dualsystem (dyadisches System mit der Grundzahl 2), ~~das vor allem~~ dem vor Allem in der Datenverarbeitung ein hoher Stellenwert zukommt (PC-basierte Systeme und Anwendungen)
Diese Stellenwertsysteme hierzu im Vergleich:

	"10-er System"	"2-er System"
Nennwerte	0 - 9	0, 1
Größter Nennwert	9	1
Basis	10	2

Darüber hinaus sind selbstverständlich weitere Systeme zu erwähnen ("4-er System", "5-er System"...) auf die oben genannten Erkenntnisse übertragen werden können (Tabelle)

Bsp 4-er System
Nennwerte 0 - 3
gr " (e) e 3

2

Eine natürliche Zahl wird in der ~~Bez~~ b-adischen ~~Stellenwertsystem~~ Darstellungen der Zahlen ~~als~~ durch eine endliche Folge von Ziffern ~~als~~ dargestellt:

$a_0, a_1, a_2, \dots a_n$

Allerdings wird diese Folge nicht von links nach rechts und ~~der~~ mit Kommas "durchlaufen", sondern von rechts nach links und ohne Kommas, also:

$a_n \dots a_3 a_2 a_1 a_0$

Der Folge wird nun die Zahl

$$\sum_{i=0}^{n} a_i \cdot b^i = a_0 + a_1 \cdot b + a_2 \cdot b^2 + \dots$$ zugeordnet.

Es lässt sich zeigen, dass zu jeder natürlichen Zahl x eine endliche Folge von Ziffern existiert, deren zugeordneter Wert x ist.

Beispiele:

↳ Natürliche Zahl im ~~de~~ dekadischen Stellenwertsystem

"595" "3011" (sind nicht im Dualsystem gültig)

↳ Gegenbeispiel:

-9 (ganze Zahl)

π, e (transzendente, irrationale Zahl)

$\sqrt[2]{6}$ (algebraische, irrationale Zahl)

↳ Dualsystem:

"1011" "10" (Sind auch im dek. Stellenwertsystem gültig)

Bsp. Rechnungen: Grundrechenverfahren

Addition, Subtraktion, Division, Multiplikation

"9Z + 2Z = 11Z, 1Z wird notiert, 10Z werden zu einem Hunderter gebündelt!"

$$\begin{array}{r} 894 \\ +\ {}^{1}722 \\ \hline 1616 \end{array}$$

"Umbündeln"

Bei beiden Systemen analog

$$\begin{array}{r} 1001 \\ +\ {}_{1}{}^{1}11 \\ \hline 1100 \end{array}$$

Darüber hinaus seien hier erwähnt:

Dekadische Einheiten:

10 E "Einer" = ~~1 H Hunderter~~ 1 Z ("Zehner")

10 Z "Zehner" = 1 H "Hunderter

10 H "Hunderter" = 1 T "Tausender

⋮

beliebig fortzusetzen!

ZT ≙ Zehntausender
HT ≙ Hunderttausender
M ≙ Millionen
ZM ≙ "Zehn Millionen"
⋮

<u>1 T = 10 H = 100 Z = 1000 E.</u>

~~Daraus~~ Satz: In einer Zahl des dekadischen Stellenwertes ist jeder Stellenwert das Zehnfache des Nächstkleineren (unmittelbar rechts anschließenden) und ein Zehntel des Nächstgrößeren (unmittelbar links anschließenden).

Bsp.: 6 3 5 4

↓

<u>H = $\frac{1}{10}$ Tausender</u> → Anpassen: $\frac{1}{10}$ wie als ~~Bruch~~ echten Bruch (Spezialfall Stammbruch) geschrieben ausgedrückt.

<u>H = 10 ~~Einer~~ Zehner</u>

Anschließend soll hier noch ~~die Frage~~ auf den Aspekt eingegangen werden, was überhaupt natürliche Zahlen sind.

Was ist eine Zahl

↓

<u>Zahlaspekte</u>:

O → Ordnen - Ordinalzahlaspekt - Wievieltes in der Reihe?
R → Rechnen - Arithmetischer Aspekt - x + 2 = 3; x = 1
C → Codierungsaspekt → Nummer steht für Name
A → Kardinalzahlenaspekt → Anzahl der Elemente einer Menge, wieviele?

→ Kardinalzahlenaspekt liefert Fundierung der nat. Zahlen

4

Zwei Mengen A, B nennt man gleichmächtig, wenn eine 1-1 Zuordnung "Bijektion" zwischen ihren Elementen möglich ist.

Man schreibt: $A \equiv B$.

"$\equiv$" ist eine Äquivalenzrelation

- reflexiv (Für alle x gilt $x \equiv x$)
- symmetrisch (Wenn für alle x, y gilt wenn $x \equiv y$, dann $y \equiv x$.)
- transitiv (Wenn für alle x, y, z gilt: Wenn $x \equiv y$ und $y \equiv z$ <u>dann</u> $x \equiv z$)

Durch die Relation $\equiv$, zerfällt die Menge aller Mengen in Klassen,

Bsp.: $\{a, x\} \equiv \{u, f\} \equiv \{D, \heartsuit\}$

Die gemeinsame Eigenschaft aller Mengen innerhalb einer Klasse bezeichnet man als Mächtigkeit und schreibt $|A|$.
↳ Anzahl der Elemente

Die Klassen bzgl. der Relation $\equiv$, also $|A| = \{x \mid x \equiv A\}$ bezeichnet man als natürliche Zahl(en).

Bsp.: $A = \{x, y, z\}$

$|A| = \{\{t, e, n\}, \{x, o, p\} \{o, h, \square\}, \ldots\} := \underline{3}$

Kurz erzählt: Was gibt die Mathematik für eine Antwort auf die Frage, was nat. Zahlen sind?

Idee von John von Neumann: Darstellg der nat. Zahlen durch einfache Mengen:

$0 := |\emptyset|$ "leere Menge"
Unterschied
$1 := |\{\emptyset\}|$ "Menge, die die leere Menge beinhaltet"
$2 := |\emptyset, \{\emptyset\}|$
$3 := |\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset \{\emptyset\}|$

$4 := |\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}|$

$\vdots \quad \vdots$

Abschließend: "Spielregeln" in $\mathbb{N}$: "Peano Axiome, -"

→ Axiomatische Fundierung von $\mathbb{N}$:

- Sei $\mathbb{N}$ eine nichtleere Menge und $\mathbb{N}$ gelte:

P_1: $1 \in \mathbb{N}$.

P_2: Wenn $x \in \mathbb{N}$, dann ist auch $(x+1) \in \mathbb{N}$

P_3: Wenn $x \neq y$, dann ist auch $x+1 \neq y+1$

P_4: Es gibt kein $x \in \mathbb{N}$ mit Nachfolger von ~~x=1~~ x ist 1.
~~leer~~
→ $(0 \notin \mathbb{N})$

P_5: Induktionsaxiom

Sei $A \subset \mathbb{N}$ und $1 \in A$:

Wenn $x \in A$ und $(x+1) \in A$, dann

$$\underline{A = \mathbb{N}}$$

Eine Menge mit den Eigenschaften $P_1 - P_5$ nennt man die Menge der nat. Zahlen.

Bsp.: 36, 722, 1434

Gegenbsp.: → -4 (Ganze Zahl $\mathbb{Z}$)

Betrag ganze Zahl Zähler kleiner als Betrag ganze Zahl im Nenner

→ $\frac{3}{5}$ (Rationale Zahl $\mathbb{Q}$, hier: gemeiner, echter Bruch)

→ $\sqrt{2}$ (irrationale Zahl $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ ((Beweis nach Euklid)
Reele Zahlen umfassen $\mathbb{Q}$ und $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$)

-

2. Schüleraktivitäten zum Thema große Zahlen:

1. Runden von großen Zahlen

Das Runden von Zahlen, insbesondere von großen Zahlen, ist eine elementare Fähigkeit, die ständig Verwendg im Alltag* findet. Da der Mathematikunterricht sich die Aufgabe stellt, einen bedeutsamen Beitrag zur Allgemeinbildg zu leisten, sollte dies im Unterricht Verwendg finden.

* = Einkaufen, Preise abschätzen, Kopfrechgen durchführen, Diskussionen aller Art (Argumentführung)

Bsp: 654399 auf "Hunderte"

= 654400

↳ "90% der Bundesbürger geben mehr als ~~[illegible]~~ 6000 ~~[illegible]~~ € pro Jahr aus."

~~3.7641234~~

37.641234 auf "Millionen"

= 38.000.000

→ Anpassen bei Dezimalzahlen (große Zahlen inkl.)

9874629,5747

"auf Zehntel"

9874629,57 ✓

↳ nicht:

1. Schritt 9874629,578

2. Schritt 9874629,58

↳ "Falsch!" bzw. "nicht richtig"

2. Große Zahlen in Wörter schreiben und Wörter in große Zahlen schreiben:

Hierbei ist zunächst darauf einzugehen, wie große Zahlen überhaupt in Wörter geschrieben werden können (und umgekehrt). Auch hier ist es wichtig auf den Alltagsbezug zu verweisen: (Bsp: Zeitungsartikeln Zahlen in "Wort" und Schrift" kombiniert)
"Eine Million Menschen mussten zusehen, wie auf der Loveparade über 300 Menschen verletzt wurden"

"klein und zusammen" → ab Millionen getrennt davor:

Bsp.:

↳ sechshundertvierunddreißigtausendzweihunderteinundneunzig

≙ 634 291

dreiundzwanzig Millionen vierhunderttausend

≙ 23.400.000

drei Milliarden ~~über~~ dreizehn Millionen sechsundzwanzigtausendeinhundertvierzehn

3.013.026.114

3. Arbeit mit der Stellenwerttafel

Die Stellenwerttafel findet bei vielen math. Themen der Hauptschule Einsatz und sollte deshalb auch bei großen Zahlen im Sinne der Gewöhnung und vertieften Kenntnis im Zusammenhang Berücksichtigung finden

Dezimalzahlen
Grundrechenarten

Fortsetzen nach E|Z|H|...
Zehntel Hundertstel

Zehnmillionen, Millionen, Hunderttausender, Zehntausender, Tausender, Hunderter, Zehner, Einer

Bsp:

ZM	M	HT	ZT	T	H	Z	E
2	4	0	6	4	3	2	7

also: "24.064.327"

4. Zahlengeraden

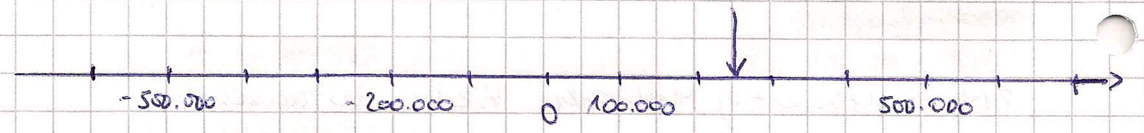
Ebenfalls bei vielen Themen im Einsatz, bspw. Einführg negativer Zahlen ~~oder~~ Bruchzahlen, oder Darstellg reeller Zahlen

"Modell der negativen Zahlen auf dem Zahlenstrahl - Jahreszahlen"

Jeder reellen Zahl ~~ist~~ entspricht genau ein Punkt auf der Zahlengeraden ~~zug~~ und umgekehrt.

ist es eine sehr anschauliche, ikonische basierte Möglichkeit, große Zahlen darzustellen.

Bsp => 1cm ≙ 100.000



Bsp.: 250.000

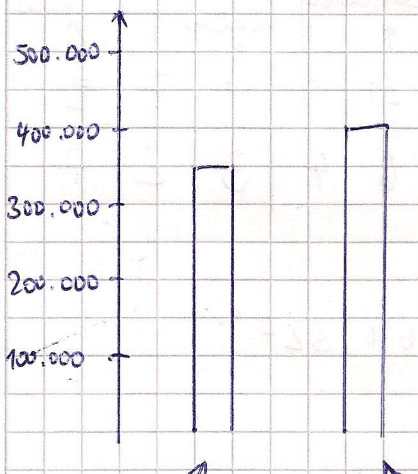
Sinnvoll, da auch negative Zahlen dargestellt werden können

Aber Achtung: Große Zahlen (5. Klasse)
Negative/Zahlen (6. / Klasse
Ganze 7.

=> Deshalb erst bei negativen Zahlen verwenden und Bezug nehmen auf bereits ~~Erstab~~ Behandeltes.

5. Tabellarischer Darstellung (+ Graphische Darstellg)

als ikonisches Modell zur Ergänzung immer sinnvoll.



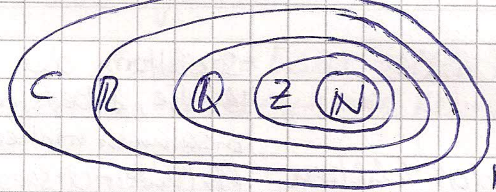
-> auch andere graphische Systeme möglich!

6. Sämtliche Zugänge zum Thema "Schätzen" großer Zahlen, die hier nicht näher erläutert werden sollen, werden ~~sondern~~ zum Inhalt der nun folgenden Unterrichtseinheit ~~werden sollen~~.

3. Unterrichtseinheit "Schätzen mit großen Zahlen"

~~[illegible]~~ Die fachwissenschaftliche Hinterlegung dieses Themas, insbesondere der großen Zahlen im Bezug auf ~~Dezimalzahlen~~ nat. Zahlen, entnehmen Sie bitte der Aufgabe 1. (~~Desweiteren wurde in dieser Arbeit auch schon bereits von großen Zahlen & Dezimalzahlen gesprochen.~~)

Selbstverständlich gibt es große nat. Zahlen, ganze Zahlen, rationale Zahlen und reelle Zahlen, so dass hier nur noch einmal kurz erwähnt werden soll, wie diese Zahlenbereiche zusammenhängen.



In $\mathbb{N}$ lassen sich manche Gleichungen nicht lösen, bspw. $x+2=1$, das motiviert das "Erschaffen/Konstruieren" eines Neuen, $\mathbb{Z}$.

In $\mathbb{Z}$ lassen sich ~~alle~~ manche Gleichungen ~~[illegible]~~ nicht lösen, bspw. $2x=3$, das motiviert das "Erschaffen/Konstruieren" eines Neuen, $\mathbb{Q}$.

In $\mathbb{Q}$ lassen sich ......, bspw. $x^2=2$ ...., $\mathbb{R}$.

In $\mathbb{R}$ lassen sich ......, bspw. $x^2=-1$ ...., $\mathbb{C}$

In der folgenden Unterrichtseinheit soll im Rahmen der Verwendbarkeit ~~[illegible]~~ für niedrige Jgst. ~~auf~~ nur auf $\mathbb{N}$ eingegangen werden.

Das Schätzen selbst ist eine Tätigkeit ~~[illegible]~~ die im Alltag ständig Verwendung findet (genaueres hierzu in der U-Stunde) Unterrichtliche Aktivitäten zum Thema "Schätzen (großer Zahlen)" sind beispielsweise

↳ Schätzen mit der Rastermethode (soll in dieser Einheit Verwendung finden)

↳ Schätzen durch Stichproben.

Schätzen mit der Rastermethode soll zum Inhalt der Stunde werden und hier noch nicht erläutert werden.

Schätzen durch Stichproben sieht bspw. so aus:

↳ "Zähle das Wort "und" auf einer/zwei Seiten in deinem Buch (bspw. Deutschbuch)" (enaktiv)

↳ "Treffe dann eine Aussage über die gesamte Seitenzahl"

↳ symbolisch: Bsp.: Auf 1 Seite 8 mal das Wort "und"

Buch hat 194 Seiten (beschriftete), bedeutet:

$x = 194 \cdot 8$
$x = 1552$ (mal das Wort "und" im Deutschbu

Es soll nun im Folgenden detailliert auf die Plan der Einheit eingegangen werden: (Zeitangaben werden nicht genauer getroffen)

! ✱ Einschub (siehe oben rechts):

~~1. Kopfrechenphase:~~

Verlauf	Methoden, spez. Medien, Arbeits-Sozialform, wenn besonders bedeutend
1. "Kopfrechenphase":	Sozialform der Klasse, Arbeitsform zusammen wirkend (Unterrichtsgespräch)
Einleitend soll hier auf das Schätzen von Zahlen im kleineren Bereich eingegangen werden, und die Schüler mit steigender Schwierigkeit der Aufgaben konfrontiert werden.	
Dies geschieht bspw. durch Verwendung von Folien auf dem Dia-Projektor, auf denen bestimmte Dinge zu sehen sind.	Overhead-Projektor
↳ Bsp.: ↳ Allee mit Bäumen ↳ einfache "Punkte" ↳ Stühle in einem Saal ↳ Brötchen in einem Korb ↳ Bargeld auf Tisch	
=> Dabei sollte darauf geachtet werden, den Overhead nur für kurze Phasen immer wieder in Betrieb zu nehmen, so dass die Schüler nicht "zählen" können. ↳ Schüler darauf hinweisen!	

Fortsetzung Seite 12

* Einschub siehe Seite 10 *

Lernziele und Lernvoraussetzungen

↳ Lernziele ~~sind~~ drücken das aus, was der Schüler erreichen soll.

~~(Grobziele)~~ Man differenziert

→ **Grobziele**

↳ geben eindeutig, aber nicht im Detail an, welche Unterrichtsergebnisse erreicht werden sollen.

↳ 1 bis max. 2

→ **Feinziele**

↳ differenzieren Grobziele, geben im Detail an welche Ergebnisse erreicht werden sollen.

↳ Teilen den Unterricht in kleinste Teile.

↳ operationalisiert formulieren, "überprüfbar" eben

↳ min. 2, eher 3-5, 5 Max. (untersch. Ansichten vorhanden)

Hier: **Grobziel**

1. Die Schüler sollen das Schätzen von großen Zahlen ~~mit der Rastermethode~~ kennen und anwenden können.

Feinziele:

1. Die Schüler sollen ihre bestehenden Kenntnisse des Schätzens kleinerer Zahlen vertiefen.

eigentl. 2tens, aber nachträglich angegeben → 1.5. → Die Schüler sollen den Unterschied zwischen Zählen und Schätzen beherrschen.

2. Die Schüler sollen die spezielle Rastermethode zum Schätzen von großen Zahlen kennen lernen.

"4/3. 3. Die Schüler sollen das ~~Koordinatensystem~~ Verfahren schriftl. Multiplizierens üben

4. ~~5/2~~ Die Schüler sollen diese Methode dann an selbstgewählten Alltagsbeispielen durchführen und vorstellen können.

("Soziales" – ~~4~~ 5. Die Schüler sollen im Rahmen des ~~kooperativen~~ sozialen Lernens Kommunikations- Kooperationskenntnisse vertiefen)
kann eigentl. nicht überprüft werden

Lernvoraussetzungen: "Was sollte der Schüler können?"
- → $\mathbb{N}$ → Zahlbereich muss gekannt + beherrscht werden
- → Schätzen von kleinen Zahlen
- → Begriff des Schätzens sollte nicht fremd sein
- → Vierecke kennen und zeichnen können

12

Verlauf	Medien, Methode Arbeits- Sozialformen

↳ Nachdem nun immer schwerere "Schätzbilder" gezeigt wurden, geht es fließend in die Motivationsphase über.

2. Motivationsphase

↳ Beispiele zum Motivieren:

"Folie" → Menschen in einem Fußballstadion
"~~Oliven~~ → Olivenbäume auf Plantage
→ Sandkörner am Sand
→ Blätter im Regenwald
→ Fenster im Empire State Building
~~[illegible]~~

Hierbei: ↳ Farben einsetzen (Bunte Bilder)
↳ Wettbewerb veranstalten möglich:
1. "Wer ~~kann mir das~~ schätzt am Genauesten wieviele Menschen in diesem Stadion sind?"
⇒ Mohrenkopf für Gewinner!

↳ Immer möglich auch math. Motivation!

~~[illegible]~~

⇒ Problem ist vorhanden: (Manche) ~~ga~~ große Zahlen sind schwer zu schätzen, wie ist es dennoch möglich?

"Rastermethode"

↳ 3. Lösung des Problems (Erarbeitung)

So sieht die Rastermethode aus, die hier zum Einsatz kommen soll:

[~~Vorab~~ Vorweg sei erwähnt, unterschiedliche Möglichkeiten der Umsetzung sind denkbar]

Bspw.:

Lehrer teilt ~~[illegible]~~ S AB aus, auf denen nichts anderes vorhanden ist, als kleine Motive von beliebigen Gegenständen (bspw. Bäume, Bälle, Punkte)
Die Anordg ist kreuz und quer ud ~~so~~ demnach regellos, so dass ein zählen* auch aufgrund der Anzahl undenkbar wäre. Auch würde sich im Rahmen einer Gruppenarbeit ein DIN A3 Plakat eignen.

Nach kurzer Meinungsbildgsphase der Schüler sollen sie

Sozialform Partnerarbeit
Arbeitsform entdeckend und aufgebend, Arbeitsblatt

* aller Punkte auf dem AB

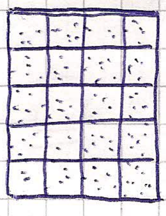
Kopie nicht lesbar

Methode letztlich vom Schüler aufgebracht wird. und formuliert

Dabei werden alle Elemente, die Bruner in seiner Lerntheorie fordert, berücksichtigt:

1. Ikonische Aktivität

↳ Die Schüler teilen das jeweilige Plakat / Blatt in eine bestimmte Zahl von Rechtecken / Quadraten ein. Dabei ist darauf zu achten, dass diese alle die gleichen Maße ~~xxxx~~ besitzen



↳ Einzeichnen der Vierecke

↳ Zählen bzw. Berechnen des Vierecke mit dem "1mal 1"

↳ 2. Enaktives Element / Aktivität

↳ Mit der Schere werden nun einzelne Quadrate / Rechtecke ausgeschnitten. Je nach Art der Arbeit (Einzel-, Partner-, oder Gruppe) untersch. viele. Jeder Schüler sollte ein Quadrat ausschneiden und vor sich auf den Tisch legen.

3. Symbolisches Element

↳ Das Zählen der Symbole in dem jeweiligen Viereck ~~Blatt~~ schließt an.

Bei 1 Schüler: Einzelarbeit klassisches Berechnen

(Bsp): 1 Quadrat → 27 Punkte / Symbole

9 x 9 Felder: 81 Quadrate → 2187 Punkte / Symbole

$$\Rightarrow \begin{array}{r} 27 \cdot 81 \\ \hline 27 \\ 216 \\ \hline 2187 \end{array}$$

Ist einem diese "Zahl" noch zu klein so sollte die Gruppenmethode mit den A3 oder A2 Blatt gewählt werden.

Bei 2, 3, 4 oder mehr Schülern erfolgt das Berechnen der Gesamtanzahl von Vierecken bspw so:

2 Schüler:	1. Schüler	36	"1 Quadrat"
	2. Schüler	33	"1 Quadrat"
		99	2 Quadrate

Bspw. 200 Quadrate (20 mal 10)

99 · 100 "schriftl. Multiplikation"

```
99 · 100
--------
      00
     00
    99
--------
    9900
```

Dabei sind die Schüler beim Wählen geeigneter ~~Flächen~~ Vierecksflächen zu unterstützen.

4. Sicherung / Festigung des Problems (Üben / Anwenden) — Sozialform Klasse, Zusammenwirkend PC, evtl. Beamer

Bsp.: Unter Verwendung eines PC's soll mit der "360°-Panoramaaufnahme" ~~Idd~~ während eines laufenden Fußballspiels (Club oder Bayern, je nach Belieben der Schüler ¿) ein ~~b~~ bestimmter Block angezoomt werden und mit oben erwähnter Methode dann die Gesamtzahl der Menschen im Fußballstadion "geschätzt" werden.
↳ Anschließend: Kontrolle durch genaue Angabe.

(hier entfällt enaktiver Teil, außer man druckt gegebenen Abschnitt aus und wählt exakt das Verfahren)
⇒ Jedoch soll der Übertrag auf kopfrechnerisches Denken erfolgen.) → oder Einzeichnen der Vierecke mit Kreide an Leinwand der Projektion.

~~8/ Reflexionsphase~~

~~↳ [illegible] Schüler suchen sich in Partnerarbeit [illegible] (Computerzimmer) eig~~

5. Reflexionsphase

↳ Zusammentragen, inwiefern diese Methode nun hilft, obige Probleme zu lösen

Anschließend:

"	"
Formulierung einer Hausaufgabe (kumulatives lernen, üben, wiederholen) ↳ Schüler suchen sich am eigenen PC selbst Beispiele heraus, führen diese durch und stellen sie vor (erste) nächste Stunde)	Arbeitsform entdeckend + ~~[illegible]~~ aufgebend

↳ ! klären: Besitzen Schüler PC mit Inetzugang? (laut JIM-Studie 2009 - ~~[illegible]~~ über 90% der Schüler)

Wenn nein, für „diese" Schüler vorbereitete andere Beispielbilder die in Abschnitt 2 / 3 erläutert / erwähnt wurden austeilen.

Ende der Stunde

4. Normalverfahren der schriftl. Division:

Die Division ist ~~[illegible]~~ eine der vier bekannten Grundrechenarten. Hierzu soll zunächst eine Begriffserklärung im wissenschaft. Sinne statt finden:

$$16 : 4 = 4$$

16 und 4 sind natürliche Zahlen.

↳ "16" ist der Dividend

↳ "4" ist der Divisor (erste 4)

↳ ":" nennt man die Operation der Division

↳ "16:4" ist der Quotient

↳ "4" ist Ergebnis (Achtung hier gefährlich, da Divisor und Ergebnis gleich).

Kurze Bemerkg: Auch in anderen Zahlenbereichen findet die Division Anwendg, bspw.

"Z: Der Quotient $a:b = x$ wird festgelegt als die Lösung der Gleichg $b \cdot x = a$. Die Operation ":" wird als Division bezeichnet.

"Q: Bei der Bruchrechng beschäftigt man sich mit der Division ganzer Zahlen. Ein Bruch ist dabei die Darstellung einer rat. Zahl als Quotient.

Zurück zu $\mathbb{N}$:

Kurz erläutert: halbschriftliches Dividieren $\mathbb{N}$:

$$26050 : 10 = 2605\ R\ 0$$
$$-\underline{20000} : 10 = 2000$$
$$6050$$
$$-\underline{6000} : 10 = 600$$
$$50$$
$$-\underline{50} : 10 = 5$$
$$0 \qquad \underline{\underline{2605}}$$

Hierbei werden sowohl die Verfahren der Subtraktion, der Addition und überprüfend auch der Multiplikation eingesetzt.

↳ keine genauere Erläuterung, da selbsterklärend nicht Hauptziel der Aufgabe.

"Komplett"-schriftliches Dividieren

Bsp.: $6005400 : 10\cancel{0} = 600540$
$-\underline{60}$
$\underline{0054}$
$-\underline{50}$
40
$-\underline{40}$
$\underline{\underline{00}}$

↳ Hier werden die Verfahren der Subtraktion und (überprüfend) der Multiplikation für die Division verwendet.

↳ Verfahren in Worten: ↳ Wie oft passt die 10 in die 6? keinmal! Aber 0 entfällt, da wir Zahlen nicht so schreiben (06954) [siehe Definition Dezimalzahlen*]

↳ Wie oft passt die 10 in die 60? 6-mal. – 6 notieren im Ergebnis, Multiplikation von 6 und 10 ergibt "rückrechnend" den Subtrahenden für die Subtraktion mit dem Minuenden 60. Rest ist 0.

↳ "Herunterholen" einer Stelle → Durchführung wie oben hier: 0-mal bei Division nun, da Subtrahend 0, entfällt Subtraktion und man setzt mit der nächsten "Stellenherunterholung" fort.

↳ Beachte: Bei Dezimalzahlen Komma richtig setzen, bzw. vorher umwandeln:

$$643{,}54 : 10$$
$$\downarrow$$
Umwandeln zu natürlichen Zahlen
$$64354 : 1000 =$$

* Weth-Skript:
Eine Schreibweise der Form
$a_n a_{n-1} a_{n-2} \ldots a_2 a_1 a_0 , a_{-1} a_{-2}$
mit $a_i \in \{0,1,2,3,\ldots 8,9\}$
aber $a_n \neq 0$ außer $n = 0$
bei a_0
mit folgender Bedeutung
$a_n a_{n-1} a_{n-2} \ldots a_2 a_1 a_0 , a_{-1} , a_{-2} \ldots :=$
$a_n \cdot 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + a_{n-2} \cdot 10^{n-2} + \ldots$
$a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10^1 + a_0 \cdot 10^0 + a_{-1} \cdot 10^{-1}$
nennt man Dezimalzahl/Dezimalbruch
gleich

Spezialfall: Geht die Rechnung "nicht auf" so können weitere Stellen hinter dem Komma durch Fortsetzen obiger Methode ermittelt werden. Die zu herunterholende

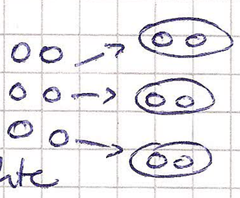
Kopie nicht lesbar

Zusätzlich wichtig:

↳ Das schriftliche Divisionverfahren ist im Alltag eine häufig angewendeten Methode.

↳ Um den Prozess des Dividierens noch genauer zu betrachten, sollte man auf die 2 grundsätzlichen Vorstellungen eingehen:

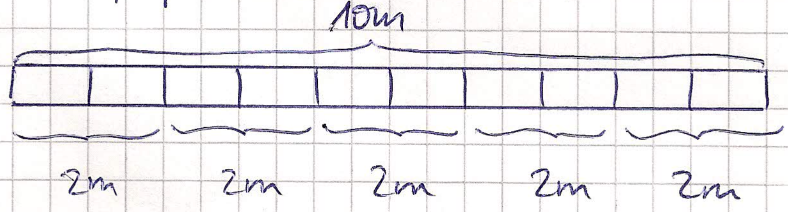
1. Division als "Aufteilen"



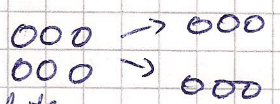
Bsp.: Ich habe 6 Äpfel und möchte diese auf "2-Äpfel-Pakete" aufteilen → Ich bekomme 3 Pakete

oder 10 m : 2m = ?

Wie oft passen 2m in 10m? "Antwort 5mal"



2. Division als "Verteilen"



Ich habe 6 Äpfel und möchte diese an 2 Personen verteilen → Jeder bekommt 3 Äpfel.

Abschließend Schülerfehler zur schriftl. Division (Normalverfahren)

an einem Beispiel

↳ Der Lehrer muss diese Fehler kennen!
↳ immer wieder inhaltliches Argumentieren
↳ systematisches Thematisieren
↳ L darf dies nicht unterschätzen!
↳ kontrastieren durch einfache Beispiele

~~6008400 : 10~~ =

$$6005400 : 10 = 6\boxed{0}\boxed{0}54\boxed{0}$$

```
 6005400 : 10 = 600540
-60
  0054
-   50
     40
   - 40
     00
```

Subtraktion

60 =

Häufigkeit der Fehler nach PADBERG:

1. Endnull notieren – wird oft vergessen
2. Fehler bei der Subtraktion
3. Zwischennullen notieren
4. Fehler bei der Multiplikation
5. Fehler beim Herunterholen von Ziffern