

1. Begriffserläuterungen

Variable

Eine Variable ist ein mathematisches ^{Zeichen} Begriff, meistens ein Buchstabe, der für eine anfangs unbekannte oder mehrere ^{unb} Zahlen steht.

Bsp. $x + 5 = 8$

$$x = 3 \quad L = \{3\}$$

oder $x^2 = 4$

$$x = \pm 2 \quad L = \{-2; 2\}$$

Term

Ein Term ist eine mathematische Aussage und kann durch Auflösen der Variablen ein Ergebnis haben

Bsp. $\underbrace{2 + 5 + 13}_{\text{Term}} = \underbrace{20}_{\text{Ergebnis}}$

Gleichung

Eine Gleichung hat die Form: $\text{Term} = \text{Term}$, wobei die linke und rechte Seite äquivalent sind (sonst Ungleichung $\text{Term} \geq \text{Term}$, $\text{Term} \leq \text{Term}$)

lineare Gleichungen mit einer Variable

Eine lineare Gleichung ist eine Gleichung mit höchstens der Potenz 1. Das heißt

in der Einer-Potenz stehen.

Bsp. $x^{(1)} + 2 = 6$ ($x^2 = 4 \Rightarrow$ quadrat. Gleichung)

Gleichungen können wahre und falsche Aussagen haben.

Bsp. $5 + 3 = 8$
wahre Aussage

Bsp 2 $6 + 12 = 16$
falsche Aussage

Die Aussage bei Gleichungen mit Variablen kann erst durch Auflösen der Variablen gefunden werden.

2. Möglichkeiten zur Lösung linearer Gleichungen mit einer Variablen

1. Probieren

Bsp. $2x + 5 = 11$

	$x=1$	2	3	4
$2x+5=11$	falsch	falsch	wahr	falsch

Zur Einführung der Gleichungen ist dies ein sinnvoller Einstieg, da die Schüler durch Probieren und Raten auf ein Ergebnis kommen aber auch feststellen, dass dies ein langer Prozess sein kann.

Für schwierige Gleichungen ist diese Möglichkeit eher weniger geeignet.

2. Rückwärtsrechnen, Zahlenrätsel

Bsp. Gegeben sei eine Zahl. Diese verdoppelt addiert mit 5 ergibt sie 11. Um welche Zahl handelt es sich?

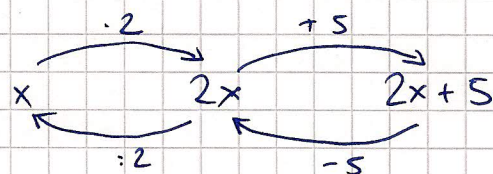
Für Schüler, die mit Gleichungen noch nicht vertraut sind, schwierig in eine mathematische Aussage/Gleichung umzuformen und auch zu verstehen.

Aber als Rätselform an sich interessant und Schülern bereits bekannt.

Geeignet als Stundenabrundung.

3. Operatormodell

Bsp. $2x + 5 = 11$



Anschauliches Modell, falls die Schüler

System mit Umformung nicht verstehen.

Auch gut, da Umkehrung ebenfalls sichtbar wird. Allerdings nur für einfache Gleichungen geeignet.

4. Äquivalenzumformung

Bsp $2x + 5 = 11 \quad | -5$

$$2x = 11 - 5$$

$$2x = 6 \quad | :2$$

$$x = 3$$

Gängige Methode um Gleichungen aufzulösen

Allerdings wird aus dieser Umformung das Verständnis von Gleichungen abgestumpft.

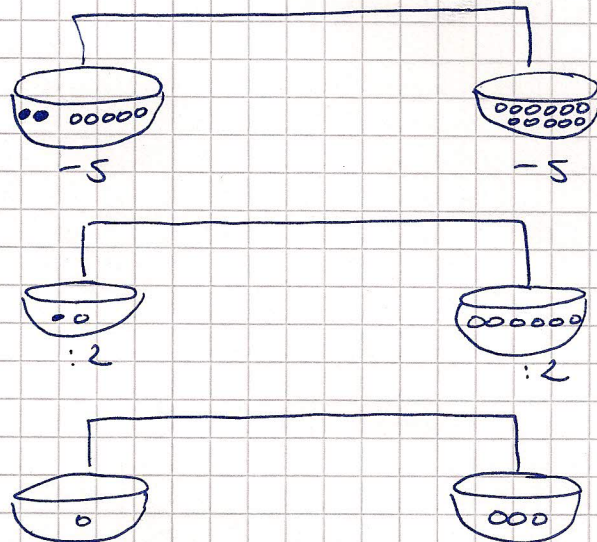
Schüler rechnen stur nach Modell.

Aber andererseits muss und kann Schöner gut verdeutlicht werden, dass beide Seiten der Gleichung immer äquivalent bleiben müssen. Deshalb führt man alle Rechenoperationen immer auf beiden Seiten aus. Man formt die Gleichung also so um, so dass beide Terme immer äquivalent bleiben.

Beachtet werden muss, dass nicht mit 0 dividiert oder multipliziert werden darf, da sonst die Aussage der Gleichung verloren geht.

5. Waagenmodell

Bsp. $2x + 5 = 11$



Dieses Modell ist sehr gut geeignet zur Veranschaulichung. Das Gleichheitszeichen wird durch die Gleichstellung der Waage verdeutlicht. Rechenoperationen müssen auf beiden Seiten gleich geschehen, damit die Waage ihr Gleichgewicht erhält. Also gut geeignet und Veranschaulichung

einer Gleichung, aber nur bei einfachen Gleichungen auszuführen.

-5-

3. Didaktische Ziele / Lernziele

Die Schüler sollen:

- alltägliche Aussagen in Gleichungen umformulieren können.
- lernen, mit mathematischen Rechenoperationen umzugehen, um mit Situationen im Alltag umgehen zu können.
- lernen, Sachaufgaben zu lösen
- einen sicheren Umgang mit linearen Gleichungen mit einer Variablen erwerben.

Voraussetzungen

Die Schüler müssen bereits sicher mit linearen Gleichungen mit einer Variablen umgehen können.

Sie müssen die Äquivalenzumformung beherrschen.

Die Schüler müssen mit Dezimalbrüchen umgehen können (Addieren, Subtrahieren, Dividieren, Multiplizieren)

Die Schüler müssen wissen, wie man Sachaufgaben löst. und können dies bereits alles.

Verankerung im Lehrplan

7. 8. 9. Jahrgangsstufe

→ 7. Jahrgangsstufe: Terme und Gleichungen (umformen, Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren, Dividieren, Sachaufgaben)

Verlaufsplanung:

Zeit	Unterrichtseinheit	Lehrer u. Schüleraktivitäten	Lehrform	Materialien
7min	Einstieg / Aufwärmphase	L legt Folie mit einfachen, im Kopf aufzulösenden Gleichungen auf, darunter auch Zahlenrätsel. S werden so an Gleichungen herangeführt, lösen Aufgaben geschwind.	Plenum Unterrichtsgespräch	Folie OHP
1min	Problembegegnung	L legt Folie mit Sachaufgaben auf. S lesen, "dazu muss man eine Gleichung formulieren".	Plenum Unterrichtsgespräch	Folie OHP
20min	Erarbeitung	L teilt Schüler in 4-er Gruppen, die jeweils ein Arbeitsblatt mit der Aufgabe erhalten. S sollen Gleichung aufstellen, Lösungsweg erarbeiten und Antwortsatz formulieren. L geht herum und hilft wenn nötig.	GA	AB
10min	Ergebnisbesprechung	Gruppen tragen ihr Ergebnis vor, wenn unterschiedl. herausgekommen ist, gehen die versch. Gruppen an die Tafel und skizzieren dort die Lösungen. S + L besprechen gemeinsam, welches richtige Ergebnis ist. Gruppe mit richtig. Ergebnis erklärt Rest, wie sie auf Ergebnis gekommen sind.	Plenum Unterrichtsgespräch	Tafel
5min	Sicherung	Jeder S übernimmt richtigen Lösungsweg ins Heft.	EA	Heft
2min		L stellt weitere		

Sachanalyse s. 2.4 Äquivalenzumformung

-7-

Der Schüler muss sich überlegen, bei wie vielen Filmen, die man im Jahr ausleiht, es sich lohnt eine Jahresgebühr zu bezahlen.

Das heißt, wann zahlt es sich aus eine Jahresgebühr von 15€ zu entrichten und für jeden ausgeliehenen Film pro Tag 1,75€ zu bezahlen?

x steht für die Anzahl der Filme, die im Jahr pro Tag ausgeliehen werden

$$x \cdot 3,50 \text{ €} = 15 \text{ €} + x \cdot 1,75 \text{ €} \quad | - x \cdot 1,75 \text{ €}$$

~~$$\frac{x \cdot 3,50 \text{ €}}{x \cdot 1,75 \text{ €}} = 15 \text{ €}$$~~

~~$$1,75 \text{ €}$$~~

$$x \cdot 3,50 \text{ €} - x \cdot 1,75 \text{ €} = 15 \text{ €}$$

$$x \cdot 1,75 \text{ €} = 15 \text{ €} \quad | : 1,75 \text{ €}$$

$$x = \frac{15 \text{ €}}{1,75 \text{ €}}$$

$$x \approx 8,6 \approx 9$$

$$\text{Probe: } 9 \cdot 3,50 \text{ €} = 31,50 \text{ €}$$

$$15 \text{ €} + 9 \cdot 1,75 \text{ €} = 30,75 \text{ €}$$

Antwort: Die Jahresgebühr lohnt sich dann, wenn der Abonnent mindestens 9 Filme (pro Tag-Ausleihe) ausleiht oder mindestens für 9 Tage im Jahr einen Film ausleiht.

Didaktische und methodische Analyse

Am Anfang der Stunde erfolgt eine Aufwärmphase. Diese soll dazu dienen, die SchülerInnen auf die Sachaufgabe mit der Gleichung vorzubereiten. Der Lehrer kann dadurch auch noch einmal überprüfen, ob die Rechenschritte, das Verständnis und Lösen von Gleichungen sitzt. Dieses muss nämlich gewährleistet sein, damit die Umformulierung der Sachaufgabe in eine Gleichung, die einzige Schwierigkeit darstellt. Diese ist nämlich das Stundenziel. Da die Aufwärmphase aber nicht sehr viel Zeit beanspruchen soll, werden leichte Aufgaben gestellt, die im Kopf / stegreif gelöst werden können. Außerdem soll der Kopf sich „wärm-laufen“. Anschließend werden die Schüler mit der Grundenaufgabe konfrontiert.

Die Schüler bringen den Einwand dass sie eine Gleichung dazu formulieren müssen und vielleicht kommt von einem Schüler die Wortmeldung, dass hier die Mindestanzahl der ausleihenden Filme ermittelt werden muss. Kommt dieser Einwand nicht, kann der Lehrer während den Gruppenarbeiten, denjenigen diese Hilfe anbieten, die nicht selbst darauf kommen.

Die Gruppeneinteilung der Schüler geschieht

Kompetenzen und Umgangformen schulen soll und außerdem können sich die Schüler gegenseitig helfen und kommen vielleicht auf unterschiedliche Ergebnisse. Ein weiterer Aspekt ist, dass die Schüler selbst operativ mit Aufgaben umzugehen lernen sollen und nicht alles vom Lehrer vorsehrt bekommen. Zudem muss auf diese Weise unter Kontrolle des Lehrers jeder Schüler mitdenken und sich beteiligen.

Nach dieser Erarbeitungsphase werden die Ergebnisse verglichen, wenn unterschiedliche herauskommen, so werden sie an der Tafel verglichen und analysiert. So kann jeder Schüler mögliche Fehlerquellen erkennen und bekommt von Mitschülern, die auf das richtige Ergebnis gekommen sind, eine genaue Rechenwegbeschreibung und die Überlegungen dazu.

Oft ist es effektiver, wenn Schüler die Erklärungen von ihren Mitschülern bekommen, da diese die gleichen Anfangsschwierigkeiten zu überwinden hatten und vielleicht verständlichere Überlegungen angestellt haben.

Nachdem, das zu Ermitteln von den Schülern nochmals formuliert wurde, dies zur Überprüfung, ob auch jeder verstanden hat um was es geht - übernimmt jeder Schüler die richtige Lösung mit in sein Schulheft und klebt die Aufgabenstellung darüber.

Damit diese Art der Aufgabenstellung und -lösung verankert wird, stellt der Lehrer eine ähnliche Aufgabe als Hausaufgabe.

Anhang:

Folie zum Einstieg

$$5x - 4 = 29$$

$$8x + 17 = 25$$

$$2x - 7 = 15 - 2$$

$$4 + 3x = 5 - x$$

$$12 - 2 = 5x$$

$$3 \cdot 6x = 18$$

Gegeben ist eine Zahl, deren dreifaches mit 5 addiert 14 ergibt.

Gegeben sei eine Zahl, die durch 2 dividiert, das Doppelte von 2 ergibt.

Hausaufgabe:

In der Donauarena in Regensburg kostet der Eintritt für die Schlittschuhbahn 3 €.

Für ihre Mitglieder bietet sie die Eintrittskarte jedoch für nur 1 € an.

Allerdings muss das Mitglied einen Saisonbeitrag von 20 € verrichten.

Rechnet es sich Mitglied der Donauarena zu werden?

4. Zinsrechnung ist eine **Besondere Form** der Prozentrechnung.

-11-

Die Formel für die Zinsberechnung eines Jahres heißt: $K_n = K \cdot q^n$

Die Formel für die Zinsberechnung nach $\frac{1}{m}$ Jahren lautet: $K_n = K \cdot \left(1 + \frac{p}{m \cdot 100}\right)^{m \cdot n}$

Die Zinsestzinsformel nun lautet:

$$K_n = K \cdot e^{(q-1)n}$$

K ist hierbei das Anfangskapital

K_n das Kapital nach n Jahren

und $q = 1 + \frac{p}{100}$ ist der Zinsfaktor

p ist der Prozentsatz der Zinsen.