1.

Variable:

Eine Variable wird meist durch einen Buchstaben gekennzeichnet z.B x. Dieser hat entweder die Funktion eines Platzhalters, einer Veränderlichen* oder er steht für eine bestimmte Zahl aus der Definitionsmenge.

* es werden z.B. bei Funktionen nacheinander alle Zahlen aus $\mathbb{D}$ eingesetzt um das Änderungsverhalten zu beobachten.

Eine Variable kann auch mehrere Zahlen gleichzeitig repräsentieren.

Term:

Terme sind Zeichenreihen, sie bestehen aus Zahlen, Variablen die durch Rechenzeichen miteinander verbunden werden. z.B. $5x+2$.
Sie können ~~entweder~~ Rechenausdrücke sein oder als Bauplan verstanden werden. Sie haben einen bestimmten Aufbau z.B. ~~dagegen~~ sind Ausdrücke wie $2 - \cdot + 5$ nicht zulässig (Häufung von Rechenzeichen)

Terme können durch bestimmte Regeln umgeformt werden.

z.B. – Rechengesetze (Assoziativ,- Kommutativ- und Distributivgesetz)

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

$$a + b = b + a$$

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

– Regeln
- von rechts nach Links
- Punkt vor Strich
- was in Klammern steht zuerst ....

Bei Termen kann es sich demnach handeln um:

Summe	:	1 Summand + 2. Summand
Differenz	:	Minuend – Subtrahend
Produkt	:	1 Faktor • 2. Faktor
Quotient	:	Dividend : Divisor

Lineare Gleichung:

Eine Gleichung ist die Verbindung zweier Terme durch ein Gleichheitszeichen =

→ Term 1 = Term 2

- eine Gleichung ohne Variable ist eine Aussage z.B. $2 = 2$ (wahr) $2 = 3$ (falsch)
- eine Gleichung mit Variable ist eine Aussageform → wird erst durch Einsetzen von Zahlen zu einer Aussage.

Lineare Gleichungen sind Gleichungen der Art $ax + b = c$ z.B $5x + 2 = 12$

alle Zahlen für die x eingesetzt werden und für die sich daraus wahre Aussagen ergeben, heißen Lösungen der linearen Gleichung.

Lineare Gleichungen haben bei der Variablen den Exponenten 1

sie haben genau 1 richtige Lösung

2.

- Vergleich mit einer einfachen bekannten Aufgabe

  z. B. $x + 56 = 124 \longrightarrow x + 2 = 5$

  $68 + 56 = 124 \longleftarrow 3 + 2 = 5$

- Zerlegen der Aufgabe

  $x + 56 = 124$

  $x + 56 = 68 + 56$

  $\rightarrow x = 68$

- Gegenaufgabe

  $x + 56 = 124$

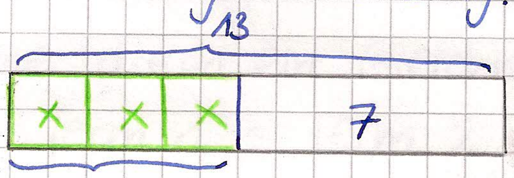
  $x = 124 - 56$

  $x = 68$

- Streifenmethode

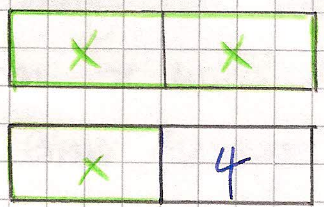
  z. B. $3x + 7 = 13$

  Durch graphisches Darstellen wird die Aufgabe anschaulicher und man kommt durch Betrachtung zur Lösung.



$13 - 7 = 6 \rightarrow 6 : 3 = 2$

$\rightarrow x = 2$



$2x = x + 4$

$\rightarrow x = 4$

- Probieren (systematisch)

durch beliebiges Einsetzen von möglichen Ergebnissen, wird hier versucht zu einer wahren Lösung zu gelangen.

z. B. $4x + 5 = 21$

$x = 2 \rightarrow 4 \cdot 2 + 5 \overset{?}{=} \cancel{12}\ 21$?

$13 \neq 21$

$x = 4$ ✓ $\rightarrow 4 \cdot 4 + 5 \overset{?}{=} 21$

$21 = 21$ ✓

- Umkehroperation

z. B. $4x + 5 = 21$

$x \xrightarrow{\cdot 4} \xrightarrow{+5} 21$

$21 \xrightarrow{-5} 16 \xrightarrow{:4} x$

$x = 4$

Durch hintereinander Ausführen der Operationen in umgekehrter Form und Reihenfolge kommt man hier zur Lösung.

- ~~Zahlengerade~~ Äquivalenzumformungen

ist die ~~sind~~ Lösung~~en~~ von Gleichungen, durch das beidseitige Durchführen von Operationen. Dabei wird die Lösungsmenge der Gleichung nicht verändert (sonst Gewinn- oder Verlustumformung)

z. B. Division, Addition, Multiplikation oder Subtraktion auf beiden Seiten.

$4x + 5 = 21 \quad | -5$

$4x + 5 - 5 = 21 - 5$

$4x = 16 \quad | : 4$

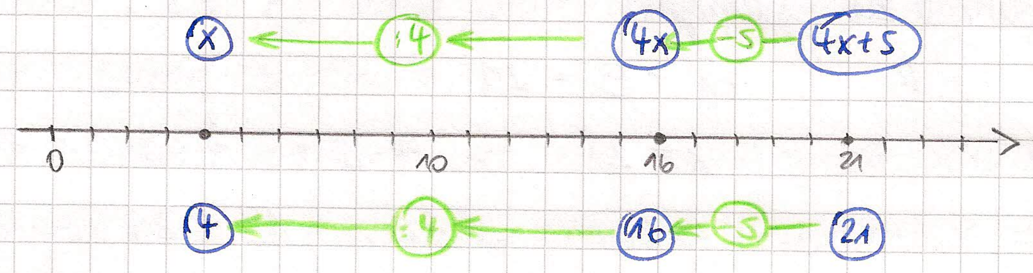
$\frac{4x}{4} = \frac{16}{4}$

$x = 4$

z.B. durch das Waagenmodell darstellbar

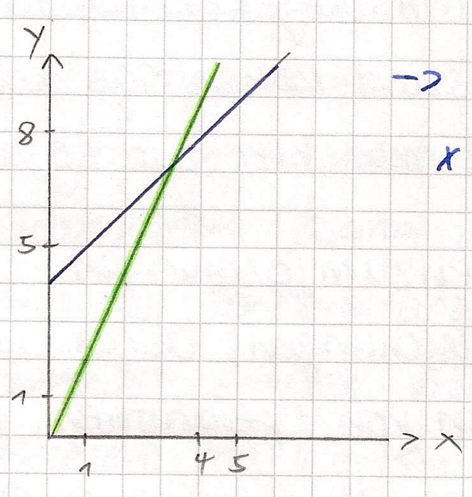
- Lösungen von Gleichungen an der Zahlengerade

z.B. $4x + 5 = 21$



• Graphische Lösung

Die Terme links und rechts des Gleichheitszeichens werden als Funktionsterme aufgefasst und in ein Koordinatensystem eingezeichnet. x ist der Schnittpunkt der beiden Geraden



-> SP ablesen

$x = 4$

z.B $x + 4 = 2x$

2.6

Gleichungen werden in jeder Klassenstufe der Hauptschule behandelt. Sie werden zwar auch in gesonderten Abschnitten des Lehrplans behandelt, allerdings werden sie für fast alle Bereiche als Grundkenntnisse benötigt. z.B. Aufstellen ~~bei~~ von Gleichungen zu Sachaufgaben in der 6. Klasse. Oder Lösen von Formeln (bzw. Umstellen) z.B bei der Prozentrechnung in der 7. Klasse.

Einige der beschriebenen Möglichkeiten zur Lösung linearer Gleichungen sind nur für einfache Aufgaben anwendbar. Dies betrifft vor allem das Betrachten von Aufgaben ähnlichen Typs, das zerlegen und das Lösen durch die Gegenaufgabe. Sie können das Lösen einfacher Gleichungen ermöglichen und einen Einblick geben, ~~in~~ wie ~~weit~~ die ~~Aufgabe~~ Terme zusammengesetzt sind. Für schwierigere Aufgaben kann man diese Methoden nicht verwenden. Evtl. in der 5. Klasse ~~bis~~, nachdem die Umformungen durch (Kommutativ-/Assoziativ gesetz, ...) auf beiden Seiten abgeschlossen sind.

Das Lösen durch Probieren sollte auch nur bei einfachen ~~G~~ Gleichungen eingesetzt werden. Evtl. als Einstieg, um ein Gefühl dafür zu bekommen, wie Gleichungen aufgebaut sind, und ~~dasse~~ wie eine richtige Lösung aussehen kann.

Bei schwierigeren Aufgaben ist dies nicht sinnvoll, da es sonst sehr umfangreich wäre eine Lösung zu finden.

Die Streifenmethode ist sehr anschaulich. Schüler können sofort ~~erkennen, wie die~~ Verhältnisse von Variablen zu Zahlen erkennen. Allerdings ist auch diese Möglichkeit eher für einfache Gleichungen geeignet. Dies trifft auch auf das Waagenmodell zu. Allerdings ist dieses sehr gut für die Einführung der Äquivalenzumformung geeignet. Äquivalenzumformungen sind didaktisch sehr bedeutend. Sie werden in der 6. Klasse eingeführt und können auch bei schweren Gleichungen angewendet werden.

Die Graphische Lösung ist sehr anschaulich und kann als Vorbereitung zu Funktion gut verwendet werden. Allerdings ist das Ablesen von Werten ~~bei~~ schwierig bzw. nur ungefähr möglich wenn es sich dabei nicht um Ganze Zahlen handelt.

3.

Einordnung der Stunde in den Lehrplan

8. Klasse lineare Funktionen

in der 7. Klasse haben die Schüler bereits die proportionale Funktion kennengelernt. Das Lösen linearer Gleichungen durch die Graphische Methode kann hier als Einstieg benutzt werden um den Schnittpunkt von zwei linearen Funktionen zu berechnen.

Mathematische Sachanalyse

- Lineare Gleichungen, Terme, Variablen
  siehe Aufgabe 1
- Lösungsmöglichkeiten linearer Gleichungen.
  siehe Aufgabe 2
  - Verwendet werden hier die Äquivalenz-umformung zur genauen Berechnung des Wertes x. Dies dient zur Wiederholung der Äquivalenzumformung (6. Klasse) als wichtiger Methode.
  - Zudem wird eine Wertetabelle angelegt, um den Punkt ablesen zu können, ab wann sich ~~¢~~ der Tarif mit ~~Grund~~ Beitrag lohnt.

  Anlegen einer Wertetabelle als Grundlage zum Zeichnen linearer Funktionen.

- Außerdem sollen die beiden Graphen der Funktion in ein Koordinatensystem eingezeichnet werden um zu veranschaulichen und den Schnittpunkt ablesen zu können.

: ~~Unt~~ Funktionen

~~f~~ Sind Relationen der Mengen A und B, die jedem $x \in A$ genau ein $y \in B$ zuordnen.

• ~~pro~~ lineare Funktionen sind Formen $f(x) = m \cdot x + t$ wobei m die Steigung des Geraden angibt und t den Ordinatenabschnitt.

~~Methodische Analyse~~

Bedeutung des Themas für die Schüler

Die Bedeutung des Themas für Schüler ist in ihrem Alltag sehr hoch. Sie werden ständig mit Angeboten konfrontiert, die damit locken durch Grundgebühren pro Einheit, zu sparen. Dies ist nicht nur bei Videotheken so, sondern auch bei Handytarifen oder Fitnessstudios, etc. Dabei ist die Aufgabe des Mathematik, dem Schülern Fähigkeiten zur Problemlösung zu vermitteln sehr wichtig. Sie sollen zu verantwortungsbewussten und selbständig denkenden jungen Menschen erzogen werden die ~~...~~ ~~...~~ zu begründeten Entscheidungen in der Lage sind.

Das ~~Mos~~ Aufstellen und Lösen von linearen Gleichungen kann hierbei einen entscheidenen Beitrag leisten. ¶
Auch für spätere Aufgaben in höheren Klassen werden hier Grundlagen gelegt.

Methodische Diskussion

- Verwendet werden das Lehrer-Schüler-Gespräch als Einstieg.
  - Wiederholung der Grundbegriffe wie z.B. Äquivalenzumformung, Funktion
  - Vorstellen der Aufgabe und Diskussion darüber mit Aufstellen der Terme und Klärung dessen was Gegeben/Gesucht ist.
- ~~Lernen an Stationen~~ Gruppenarbeit, an denen die Schüler verschiedene Lösungsmöglichkeiten zu dieser Aufgabe erkunden.
- Am Ende ~~trägt je~~ tragen Schüler ~~die~~ ihre Lösungen vor und besprechen diese in der Klasse. → Tafelanschrift
- Sicherung in das Heft

Lernziele

- Die Schüler sollen ihr bisheriges Wissen über Funktionen wiederholen
- Die Schüler sollen die Äquivalenzumformung und die graphische Lösung bei linearen Gleichungen wiederholen.
- Schüler sollen erkennen, dass der Schnittpunkt zweier Funktionen durch Gleichsetzung bzw. das Lösen einer linearen Gleichung erhalten wird.
- Die Schüler sollen durch das Erstellen eines Wertetabelle Grundlagen für das Zeichnen von Funktionen erlangen.
- Die Schüler ~~sollen~~ lernen Problemlösefähigkeiten für ihr Alltagsleben ~~erhalten~~, ~~um sich~~ ~~und zu begründen.~~ um begründete Entscheidungen treffen zu können.
- Die Schüler lernen durch das Arbeiten in der Gruppe, mit Mitschülern gemeinsam Probleme zu lösen.

Unterrichtsentwurf :

Einstieg :

- Der Lehrer ~~[illegible]~~ liest aufgabe vor :
  - Anschließende Frage : Tina überlegt ob sie den Sondertarif mit Grundgebühr nehmen soll oder nicht. Was würdet ihr Tina raten?
- Schülervermutungen : kommt darauf an wie viele Filme sie ausleiht, ...
- Lehrer : ~~wie~~ habt ihr eine Idee wie man das genau herausfinden kann?
- Schüler : Terme aufstellen und Gleichsetzen, Probieren, zeichnen, ...

Erarbeitung :

Gemeinsames Aufstellen der Terme ~~[illegible]~~ als Grundlage für die ~~Stationen~~ Gruppenarbeit. $f_1(x) = 1{,}75€ \cdot x + 15€$

Gruppe ~~Station~~ 1 : O Ergänzung S 15 $f_2(x) = 3{,}50€ \cdot x$

Äquivalenzumformung → rechnerische Lösung durch Umformung

1. Verwandle die beiden Terme in eine lineare Gleichung
2. Löse die Gleichung durch Äquivalenzumformung
4. Was würdest du Tina raten? * ~~Nehr Denke dabei an die unterschiedlichen Situationen~~

~~Station 2 : Graphische~~

~~4~~ 3. Von was ist es abhängig für welchen Tarif sich Tina entscheiden soll.

* Wenn sie 3 Filme im Jahr ausleiht.

S. Folie mit Ergebnissen

~~Station~~ Gruppe 2:

Graphisches Lösen

1. Wähle ein Koordinatensystem mit passendem Maßstab und zeichne die Funktionen ein
2. Was kannst du aus der Zeichnung ablesen?
3. Wovon hängt es ab, welchen Tarif Tina wählen sollte?
4. Was würdest du Tina raten, wenn sie 10 Filme im Jahr ausleiht.
5. Stelle deine Ergebnisse auf Folie dar.

Gruppe 3:

Wertetabelle

1. Berechne für die Beiden Terme die Werte in einem angemessenen Bereich.
2. Ab wann ist Tarif 1 mit ~~bG~~. besser als Tarif 2.
3. Wie viele Filme darf Tina amaximal ausleihen wenn sie sich für T_2 entscheidet und dabei sparen möchte?
4. Stelle deine Ergebnisse auf einer Folie dar.

Die Gruppen stellen ihre bearbeiteten Aufgaben vor. -> Medium: OHP + Folie *

Sicherung

Die Schüler übertragen die Aufgaben in ihr Heft.

Schluss

~~Wieder~~ Anfangsaufgabe wieder aufgreifen. Was ratet ihr Tina?

Schüler: Wenn sie weniger als 9 Filme ausleiht, sollte sie den Tarif ohne Jahresgebühr nehmen. Wenn sie 9 oder mehr Filme im Jahr ausleiht den Tarif mit Grundgebühr.

- Es werden kurz Begriffe und Fragen geklärt, bzw wiederholt, die den Schülern unklar sind.

* es können Fragen von anderen Gruppen gestellt werden.

4.

Die Zinsrechnung ist eine Form der Prozentrechnung, wie sie bei Banken verwendet wird. (Hauptschule 9. Klasse)

K = Kapital bzw Anfangskapital

K_n = Kapital nach n Jahren (Kapital + die Zinsen)

→ entspricht dem vermehrten bzw verminderten Grundwert

z = Zinssatz $\quad$ n = Anzahl der Jahre

Da Zinsen jährlich gezahlt werden, wird hier die Formel für ganze Jahre benutzt.

$K_n =$

$K \cdot (1 + z)$ im 1. Jahr $n = 1$

$K_n = [K \cdot (1 + z)] \cdot (1 + z)$ $\quad n = 2$

$= K \cdot (1 + z)^2$

$K_n = K \cdot (1 + z)^3$ $\quad n = 3$

$\rightarrow K_n = K(1 + z)^n$

Bsp:

$1000\,€ = K$ $\qquad z = 2\%$ bzw $0{,}02$

$K_n = 1000\,€ \cdot 1{,}02^n$

für $n = 5$ Jahre

$K_5 = 1000\,€ \; 1{,}02^5 \approx 1104\,€$

→ man hätte nach 5 Jahren 104 € Zinsen erhalten

(Zinsrechnung nach $\frac{1}{m}$ Jahr

$K_n = K\left(1 + \frac{z}{m}\right)^{m \cdot n}$)