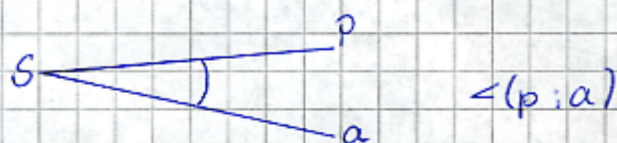


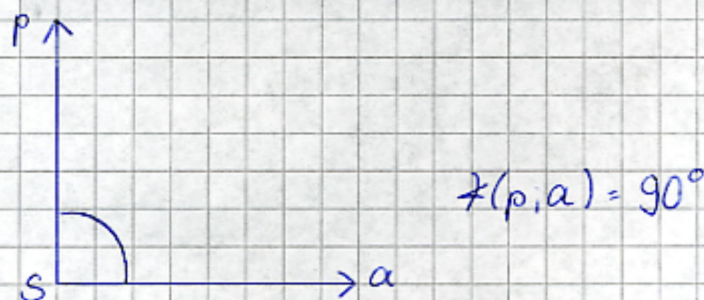
1a)

Eine Punktmenge heißt Winkel, wenn es einen zwei Halbgeraden p und q gibt, die einen gemeinsamen Anfangspunkt S besitzen. Die Punktmenge, ~~aus der~~ die von p überstrichen wird, wenn p von S gegen den Uhrzeigersinn auf q gedreht wird, heißt Winkel $\angle(p; q)$.

Skizze



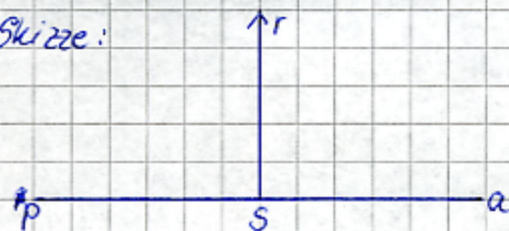
1. Ein rechter Winkel ist ein Winkel, bei dem der Schenkel p von S ~~gedreht wird~~ gegen den Uhrzeigersinn ~~gedreht wird~~ auf a gedreht wird und p senkrecht auf a steht ($p \perp a$).



2. Ein Winkel mit 90° ist ein rechter Winkel.

3. Halbiert man einen gestreckten Winkel, so erhält man einen rechten Winkel. Hierzu errichtet man eine Senkrechte im Scheitelpunkt S . Die neu entstandene Halbgerade r bildet zu a den rechten Winkel.

Skizze:

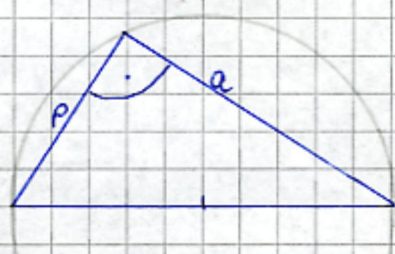


2

14.

Alle Peripheriewinkel über einem Halbkreis sind rechte Winkel.

Skizze:



$$\angle(p; a) = 90^\circ$$

16)

Die erste Definition lässt sich im Mathematikunterricht der Hauptschule verwenden, wenn man den Schülern den Vorgang, wie es zur Bildung des rechten Winkels kommt, anschaulich macht.

Beispielsweise könnte man mit Hilfe von dynamischer Geometrie-Software (Bsp. Cinderella) den Schülern diesen Vorgang anschaulich darstellen. Die Schüler könnten dies noch selbst nachempfinden bzw. herausfinden. Nur als Definition oder Merksatz ist diese Definition für die Schüler aber ungeeignet.

Die zweite Definition ist sehr kurz und kann daher von den Schülern leichter gewerkt werden als die erste. Anschaulich kann man diese Definition den Schülern mit Hilfe des Geodreiecks zeigen, da dort die Gradzahlen eingezeichnet sind.

Als Definition ist diese

für die Hauptschule geeignet.

Die dritte Definition ist für die Hauptschule nur geeignet, wenn vorher der Begriff „gestreckter Winkel“ bekannt ist.

Außerdem müssen die Schüler noch wissen, wie eine Winkelhalbierende zu konstruieren ist. Ist dies nicht der Fall ist die Definition völlig ungeeignet. Ist das Vorwissen jedoch vorhanden, so können die Schüler die Definition selbstständig erarbeiten, was zu einem besseren Verstehen der Definition führt.

Die letzte Definition wird erst ~~mit~~ im Bezug auf den Satz des Pythagoras verwendet und ist daher als Definition (vor allem zur Einführung) des rechten Winkels ungeeignet. Ich rate daher von dieser Definition ab und würde eine der ersten drei für die Hauptschule empfehlen.

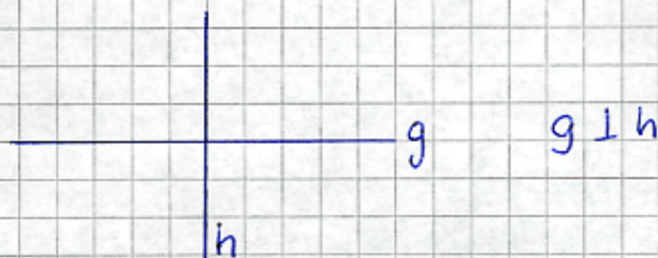
2.)

Der rechte Winkel spielt ~~in der~~ in Geometrieunterricht der Hauptschule eine wichtige Rolle. Er wird in Bezug auf verschiedene Theoreme bzw. Begriffe verwendet.

Ein Begriff in der Hauptschule, der mit dem rechten Winkel verbunden ist, ist „senkrecht“.

Eine Gerade steht auf einer anderen Geraden

Senkrecht, wenn diese im rechten Winkel zueinander stehen.



"Senkrecht" ist u.a. bei der Konstruktion von Mittelsenkrechten wichtig.

Ein Thema, bei dem der rechte Winkel eine Rolle spielt, ist der Themenbereich der Vierecke.

Genauer der Vierecke und hier speziell des Rechtecks und des Quadrats. Wenn die Schüler die Eigenschaften des Rechtecks oder des Quadrats erarbeiten, werden sie als eine Eigenschaft dieser Vierecke den rechten Winkel feststellen.

Auch für die Definition dieser Vierecke ist der rechte Winkel eine Möglichkeit. Beispielsweise: Ein Viereck mit mindestens zwei rechten Winkeln als Innenwinkel ist ein Rechteck. Oder:

Ein Viereck mit mindestens zwei rechten Winkeln als Innenwinkel und sämtlich gleich langen Seiten ist ein Quadrat.

Wenn die Schüler Unterschiede, Gemeinsamkeiten und Eigenschaften von Vierecken herausarbeiten, spielt der rechte Winkel eine Rolle.

z.B. wenn man die ~~Eigen~~ Diagonalen von Vierecken betrachtet und wie sich diese schneiden. So wird man feststellen, dass ~~sich~~

beispielsweise die Diagonalen im symmetrischen Drachenviereck, wie auch im Rechteck, Quadrat, Raute senkrecht, d.h. im rechten Winkel aufeinander stehen.

Auch wenn man die das „Haus der Vierecke“ betrachtet, spielt der rechte Winkel eine Rolle. Beispielsweise, wenn man das Rechteck als spezielles Parallelogramm definieren möchte. Ein Rechteck ist ein Parallelogramm mit einem rechten Winkel.

Deshalb spielt der rechte Winkel eine Rolle ~~hier~~ bei der Winkelbetrachtung von Vierecken.

Beispielsweise werden die Schüler feststellen, dass die Gegenwinkel in einem Rechteck und Quadrat rechte Winkel sind und auch ⁱⁿ diesen Vierecken (Vorausgesetzt man ~~trifft~~ ^{zielt} nicht ein allgemeines Viereck mit einem rechten Winkel in Betracht)

Ein weiterer großer Themenbereich, bei dem der rechte Winkel eine Rolle spielt, sind die rechtwinkligen Dreiecke und damit verbunden die Satzgruppe des Pythagoras.

Bereits in der Definition des rechtwinkligen Dreieck spielt der rechte Winkel die entscheidende Rolle. Ein Dreieck mit einem

rechten Winkel ist ein rechtwinkliges Dreieck.

6

d. h. dass der rechte Winkel die Voraussetzung für den Satz des Pythagoras ist, da der Satz des Pythagoras lautet:

In einem rechtwinkligen Dreieck ist der Flächeninhalt der Summe der beiden Kathetenquadraten gleich dem Flächeninhalt des Hypotenusenquadrats. Für ein rechtwinkliges Dreieck ABC mit Hypotenuse c gilt somit: $a^2 + b^2 = c^2$

Hier erkennt man, dass der Begriff „rechter Winkel“ den Schülern bekannt sein muss, damit sie überhaupt erst die Satzgruppe des Pythagoras verstehen können.

Auch beim Satz des Thales, der eng mit der Satzgruppe des Pythagoras verbunden ist, spielt der rechte Winkel eine Rolle, da alle Peripheriewinkel über einem Halbkreis rechte Winkel sind.

So lässt sich ein rechtwinkliges Dreieck konstruieren.

Auch bei den Körpern spielt der ~~Rechteck~~ rechte Winkel eine Rolle. Beispielsweise stehen die Seitenflächen eines ^{Quader / Würfels} ~~Rechtecks / Quaders~~ senkrecht, d. h. im rechten Winkel, aufeinander.

Oder: alle sämtliche Kanten in einem ~~Rechteck~~ Quader / Würfel stehen im rechten Winkel zueinander.

Auch beim geraden Kreiskegel oder der geraden Pyramide spielt der rechte Winkel

eine Rolle, da die Spitze senkrecht über dem Mittelpunkt der Grundfläche stehen muss.

Auch beim ^{geraden} Zylinder ist der rechte Winkel wichtig, da die Achse im rechten Winkel zum Mittelpunkt des Grundkreises steht.

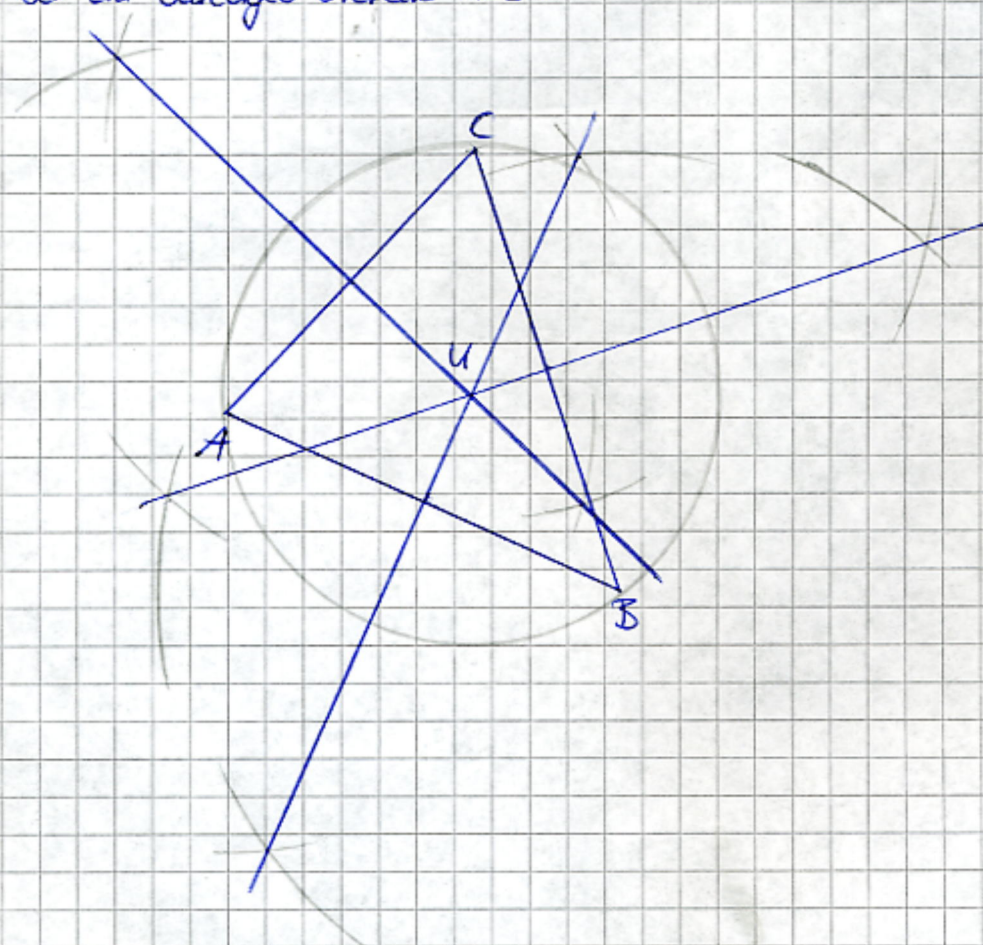
Aufgrund der Darstellung der vielen Theoreme erkennt man, dass der rechte Winkel eine entscheidende Rolle im Geometrieunterricht der Hauptschule spielt.

4.)

Satz:

Die Mittelsenkrechten eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt U (Umkreismittelpunkt).

Gegeben sei ein beliebiges Dreieck ABC :



Zuerst zeichnet man ein beliebiges Dreieck ABC . Anschließend konstruiert man mit Hilfe des Zirkels, die Mittelsenkrechten der Seiten des Dreiecks, da sich diese in Punkt U schneiden. Hierzu sticht man mit dem Zirkel in Punkt A ein und zieht um diesen einen Kreis. Der Radius muss länger als die Hälfte der Seite $[AC]$ sein. Anschließend zieht man einen Kreis mit dem selben Radius um C . Beide Kreise schneiden sich in zwei Punkten. Verbindet man diese beiden Punkte miteinander erhält man die Mittelsenkrechte der Seite $[AC]$.

Nun geht man analog mit den Seiten $[AB]$ und $[BC]$ vor und konstruiert auch zu diesen Seiten die Mittelsenkrechten. Hat man alle Mittelsenkrechten konstruiert, erhält man einen Schnittpunkt der Mittelsenkrechten, der Umkreismittelpunkt U . (Es hätte auch die Konstruktion von nur zwei Mittelsenkrechten ausgereicht, da bereits diese beiden den Schnittpunkt vorgeben)

Zum Schluss zeichnet man einen Kreis um U mit dem Radius $\overline{UA}$ und man erhält den Umkreis.

Man kann den Umkreismittelpunkt deshalb mit Mittelsenkrechten konstruieren, da man davon ausgehen kann, dass die Seiten des Dreiecks Sehnen eines Kreises sind. Die Mittelsenkrechte, einer Seite, geht immer durch den Mittelpunkt.

des Kreises, somit schneiden sich zwei Mittelsenkrechten im Mittelpunk-
punkt, der in diesem Fall Umkreismittelpunkt des Dreiecks creißt.

⊛ Mit diesem Vorgehen ~~konnte~~ findet man den Mittelpunkt der
Strecke $[AC]$, die Senkrechte auf dieser Seite ist die Mittelsenkrechte.
Der Radius muss deshalb länger sein, da man sonst nicht
den Mittelpunkt herausfinden könnte.

3) Unterrichtseinheit „rechter Winkel“:

Sachanalyse:

In die Sachanalyse muss die Definition des Winkels und des
rechten Winkels. siehe hierzu Aufgabe 1.

Desweiteren die Definition von „senkrecht“: zwei Geraden stehen
aufeinander senkrecht, wenn sie im 90° -Winkel zueinander
stehen.

Didaktische Analyse:

Die Unterrichtsstunde „rechter Winkel“ soll in der Mitte des Schuljahres
gehalten werden.

Die Schüler haben bereits folgendes Vorwissen bzw. Voraussetzungen:

- ^{Der} Begriff Winkel ist den Schülern aus

den vorherigen Stunden bekannt.

- Die Schüler kennen dynamische Geometriesoftware und können mit dieser umgehen
- Die Schüler erkennen, wenn zwei Geraden senkrecht aufeinander stehen (sie kennen aber nicht die Definition)
- Die Schüler wissen, was eine Figur ist
- Die Schüler können mit dem Geodreieck umgehen

Das Thema „rechter Winkel“ ist im Lehrplan der 5. Jahrgangsstufe verankert. Die Schüler sollen den „rechten Winkel“ kennen lernen und damit umgehen können. Dies ist u.a. im Hinblick auf die nächsten Jahrgangsstufen wichtig (siehe Aufgabe 2; Themen ab der 6. Jahrgangsstufe). Da der rechte Winkel enorm wichtig für den Geometrieunterricht der Hauptschule ist, zählt er auch zum Grundwissen.

Folgende Lernziele sollen verwirklicht werden:

- Die Schüler sollen einen rechten Winkel erkennen können
- Die Schüler sollen die Definition des rechten Winkels kennen lernen und kennen.
- Die Schüler sollen mit Hilfe des Geodreiecks einen rechten Winkel messen können.
- Die Schüler sollen einen rechten Winkel mit Hilfe des Geodreiecks zeichnen können.
- Die Schüler sollen verschiedene Figuren mit einem rechten Winkel zeichnen können.

Deswegen werden folgende Kompetenzen vermittelt:

- Mathematische argumentieren:
 - Die Schüler sollen den rechten Winkel erläutern und beschreiben können.
- Probleme mathematisch lösen
 - Die Schüler sollen mit Hilfe dynamischer Geometriesoftware herausfinden, dass ein rechter Winkel 90° hat
- Verwendung von technischen Hilfsmitteln:
 - Die Schüler sollen ~~mit~~ der dynamischen Geometriesoftware zum Problemlösen verwenden.
- Kommunizieren:
 - Da die Schüler die Definition des rechten Winkels kennen, sollen sie mit dieser mathematisch kommunizieren
 - Die Schüler sollen die mathematische Definition des rechten Winkels in ihren eigenen Worten wiedergeben können

Die Schüler sollen ihre Aufgaben in Partnerarbeit oder Einzelarbeit erarbeiten, auf Gruppenarbeit wird verzichtet, da diese normalerweise in einer 5. Jahrgangsstufe noch nicht richtig funktioniert, sondern erst angebahnt werden muss.

Mathematische Analyse:

Der Unterricht ist le Handlungsorientiert aufgebaut.

Zur Motivation sollen die Schüler Gemeinsamkeiten zwischen verschiedenen Figuren erkennen.

Dies tun sie in Partnerarbeit, dabei dürfen die Schüler vergleichen wie sie möchten. Sie können die Figuren ausschneiden, übereinanderlegen, vergleichen, messen, ... Hier lässt der Lehrer den Schüler ihre Freiheit.

Da den Schülern der Umgang mit dynamischer Geometrie-Software bekannt ist, können sie selbstständig einen rechten Winkel erarbeiten.

Dabei merken sie heraus, dass dieser 90° hat.

Hier gehen die Schüler wieder selbstständig vor und erarbeiten dies in ~~Punkt~~ Einzel- oder Partnerarbeit. Durch das selbstständig Ausführen können die Schüler den Begriff "rechter Winkel" besser behalten und anwenden.

Zur Übung und Festigung^{sollen die} Schüler selbstständig Figuren mit rechten Winkeln entwerfen. Hier können sie auch Figuren entwerfen, die ihnen bereits bekannt sind oder

Figuren aus ~~ihren~~ ihrer Umwelt, zwecks Anwendungsorientierung

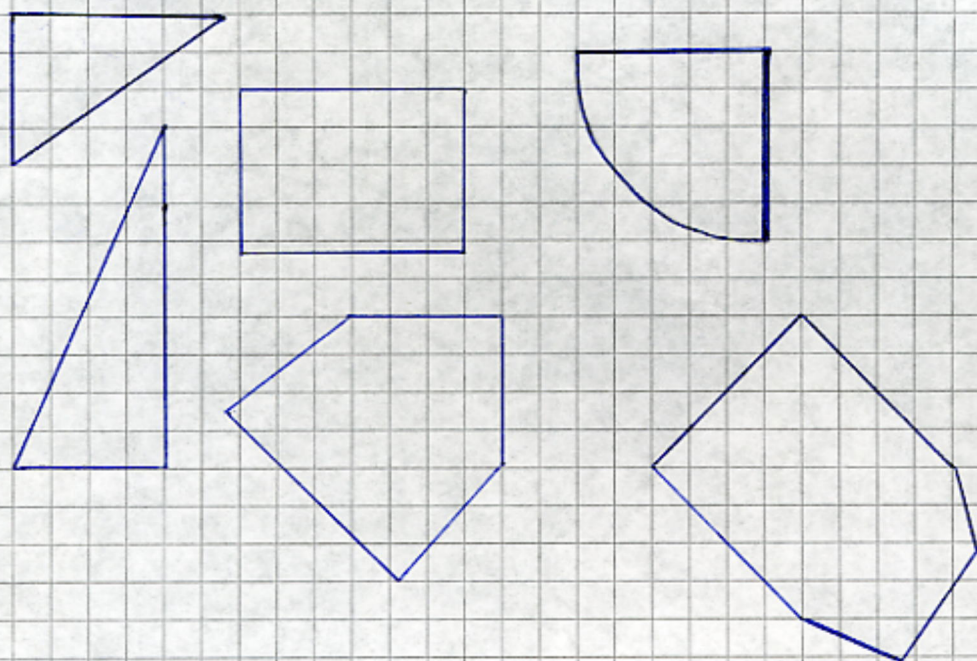
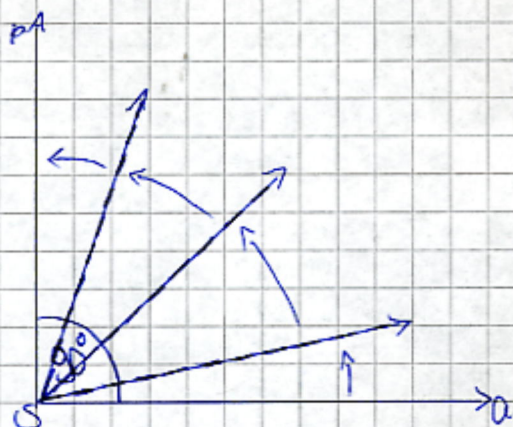
Die Hausaufgabe soll die Schüler herausfordern, über die Konstruktion eines rechten Winkels nachzudenken.

Zeit	Artikulations- schritt	Lehrer - Schüler - Interaktion	Merkmale / Sozialformen
'45	Begrüßung	Begrüßung durch den Lehrer; Hinweis das Mathematikstunde erfolgt und Mathematikarbeiten benötigt werden.	FU
'43	Motivation	Lehrer teilt AB mit verschiedenen Figuren aus (alle Figuren haben mindestens einen rechten Winkel) → gedacht als stiller Impuls → S. beg^{nen} selbstständig Figuren zu vergleichen → Ist dies nicht der Fall, gibt Lehrer den Impuls, ob den Schülern an den Figuren etwas auffällt (Möglichkeit der Bearbeitung in Partnerarbeit) → S. finden heraus, dass die Figuren mindestens einen gemeinsamen Winkel haben	AB EA / PA UG
'36	Problemstellung	S. fragen, was das besondere an diesem Winkel ist	UG
'34	Problemlösung	S. sollen mit Hilfe von dynamische Geo- metriesoftware in Partnerarbeit, den Winkel einer Figur nachzeichnen S. finden heraus, dass dieser Winkel ein 90°-Winkel ist. Lehrer erklärt S, dass ein 90°-Winkel rechter Winkel genannt wird.	dynamische Geometriesoft- ware / PA UG

'94	Festigung / Sicherung	Die S. sollen selbstständig eine Definition für den rechten Winkel erarbeiten (in Partnerarbeit). Dabei hilft ihnen die Definition des Winkels und ihre Vorgehen bei der dynamischen Geometriesoftware. S. bringen Vorschläge für Definitionen in Klasse ein. Lehrer berichtigt notfalls. Ausbüßepunkt sollen dies Schüler sich eine Definition in ihrem Heft notieren.	PA UG EA / Heft
'14	Übung / Anwendung	Die S. sollen verschiedene Figuren, in denen ein rechter Winkel vorkommt, zeichnen. Hinweis: Figuren können bekannt oder aus ihrer Umwelt sein. Als Hilfsmittel verwenden die Schüler das Geodreieck.	EA / Heft / Geodreieck
'12	Hausaufgabe	Als Hausaufgabe sollen die Schüler versuchen, sie eine Möglichkeit zu überlegen, wie man einen rechten Winkel ohne Geodreieck zeichnen kann.	FU

Legende:

- EA = Einzelarbeit
- UG = Unterrichtsgespräch
- FU = Frontalunterricht
- S = Schüler
- PA = Partnerarbeit
- AB = Arbeitsblatt

Arbeitsblatt:Dynamische Geometriesoftware:

p wird um s gedreht
bis 90° Winkel
entsteht

Anmerkungen:

Das Arbeitsblatt wird auf Din A5 gedruckt, spart Papier.

Die Schüler wissen wie man mit Hilfe der dynamischen Geometriesoftware einen Winkel ($\neq 90^\circ$) zeichnet aus der vorherigen Stunde.

In dem die Schüler den Scheitel p in der die Stellung bringen, in der der Winkel so aussieht, wie beiden Figuren auf dem Arbeitsblatt.

zeigt 90° an. Zur Zeitersparnis kann man auch auf die Vorlage eines Winkels (beispielsweise aus der letzten Stunde) zurückgreifen.

Die Schüler erkennen auch, dass der 90° -Winkel nur entsteht, wenn der eine Schenkel senkrecht auf dem anderen steht.

Würde man die Unterrichtsstunde auf eine Doppelstunde ausweiten, könnte man im Anschluss an die Sicherung, die Konstruktion des rechten Winkels einfügen.

Möglicher Hefteintrag der Schüler:

→ AB einzeichnen bzw. Figuren, falls diese ausgeschnitten wurden.

→ Definition „rechter Winkel“

Ein Winkel mit 90° heißt rechter Winkel

Alternative:

siehe Def. 1 Aufgabe 1

→ verschiedene gezeichnete Figuren