

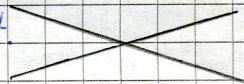
Thema Nr. 3

1a,

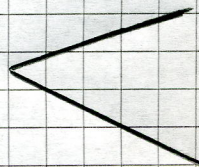
Begriff Winkel allgemein

Ein Winkel kann auf verschiedene Weise entstehen: z.B.

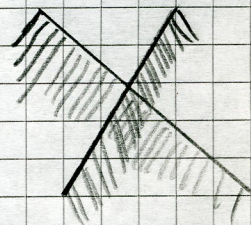
- durch den Schnitt zweier Geraden. Dabei besteht das Problem, welcher der vier Winkelfelder gemeint ist.



- durch ~~zwei~~ zwei Halbgeraden, die von einem gemeinsamen Punkt ausgehen. Auch hier besteht das Problem: welches der beiden Winkel?



- durch den Schnitt zweier Halbebenen. Hier ergibt sich allerdings das Problem, dass nur Winkel bis 180° möglich sind.



Einen möglichen Lösungsversuch bietet WITTMANN: ein Winkel ist definiert durch einen gemeinsamen Ausgangspunkt (den Scheitel), zwei von diesem Punkt ausgehenden Strahlen (die Schenkel) und ~~zwei~~ ~~Strahlen~~ ein ausgezeichnetes Winkelfeld, das durch die Schenkel begrenzt wird.

Ein Winkel lässt sich auf zwei Weisen orientieren: gegen den Uhrzeigersinn (mathematisch positiv) oder im Uhrzeigersinn (mathematisch negativ). In der Regel wird die Orientierung durch einen Pfeil

gekennzeichnet.

Eine anschauliche Vorstellung der Orientie-

rung eines Winkels kann erreicht werden, wenn ein Strahl um seinen Scheitel gedreht wird, bis er auf den zweiten Strahl fällt.

Winkelmaß

Dreht man einen Strahl um den Scheitel, bis er wieder auf sich selbst fällt, ist eine Voldrehung geschehen (Vollwinkel, 360°). Eine gebräuchliche Einteilung dieses Vollwinkels ist die Aufteilung in 360 Teile. Der 360-ste Teil des Vollwinkels wird schließlic als Winkel von 1 Grad (1°) bezeichnet; Winkel werden i.d.R. also im Gradmaß angegeben. (im Gegensatz zum Bogenmaß). Dabei muss unterschieden werden zwischen dem Winkel als geometrischer Figur und dem Winkelmaß als reeller Zahl. ①

Nach Größe des Gradmaßes unterscheidet man verschiedene Winkel:

Vollwinkel $\alpha = 0^\circ$

Spitzer Winkel $0 < \alpha < 90^\circ$

Rechter Winkel $90^\circ < \alpha < 180^\circ$

gestreckter Winkel $\alpha = 180^\circ$

Überstumpfer Winkel $180^\circ < \alpha < 360^\circ$

Vollwinkel $\alpha = 360^\circ$

②

Winkel werden mit kleinen griechischen Buchstaben bezeichnet:

$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ usw.

Rechter Winkel, verschiedene Definitionen

- ① Ein rechter Winkel ist demnach ein Winkel mit dem Winkelmaß von 90° .
- ② Wird das Winkelmaß über das Bogenmaß angegeben, lässt sich der Winkel auf folgende Weise darstellen: $90^\circ = \frac{\pi}{2}$
Beim Bogenmaß erfolgt die Aufteilung des Vollwinkels nicht in 360 Teile, vielmehr wird dem Vollwinkel die Größe 2π zugeordnet:

$$360^\circ = 2\pi$$

$$180^\circ = \pi$$

$$90^\circ = \frac{\pi}{2}$$

- ③ Bei einem Winkelmaß von 90° stehen die beiden Schenkel des Winkels aufeinander senkrecht; d.h. sie sind orthogonal.
- ④ Geht man von zwei Geraden ^{g und h} aus, sind diese beiden Geraden orthogonal, wenn sie sich so schneiden, dass g gespiegelt an h wiederum g ergibt.
- ⑤ Zwei Geraden g und h sind zueinander orthogonal, wenn ein Paar von Nebenwinkeln gleich groß ist.

1.6, Verwendbarkeit der Definitionen im Mathematikunterricht

Die gebräuchlichste Definition im Mathematikunterricht der Hauptschule wird wohl diese Definition sein: ein rechter Winkel ist ein Winkel mit dem Winkelmaß von 90° ; $\alpha = 90^\circ$. Das Gradmaß ist für sämtliche Themen im Mathematikunterricht

relevant (zum Beweisen von Sätzen,
zum Berechnen usw.) über die Aufteilung
des Vollwinkels in 360° Teile kann ein rechter Winkel gut veran-
schaulicht werden.

Die Definition über das Bogenmaß dagegen ist um einiges abstrakter
und anspruchsvoller. Während das Gradmaß bereits in frühen Klassen
der Hauptschule eingeführt wird, erhält das Bogenmaß seinen Platz im
Lehrplan erst später, wenn es um die Berechnungen am Kreis geht.

Die Definition, dass bei einem rechten Winkel die Schenkel bzw.
zwei Geraden aufeinander senkrecht stehen, ist wiederum eine an-
schauliche Variante. Die Begriffe waagrecht und senkrecht sind den
Schülern i.d.R. bereits aus dem Alltag bekannt, so dass an Alltags-
Vorstellungen angeknüpft werden kann und diese gegebenenfalls
korrigiert werden können.

Geht man von der Definition aus, dass eine Gerade auf sich
selbst abgebildet wird, wenn sie an einer anderen Gerade gespiegelt
wird, so ist diese Definition sicherlich nicht für den Einstieg
in das Thema „rechter Winkel“ sinnvoll. Aber bereits beim Thema
Achsen Spiegelungen (Geraden Spiegelungen) kann auf die Orthogonalität
bzw. den rechten Winkel Bezug genommen werden.

Eine letzte hier zu diskutierende Definition betrifft folgende: Zwei
Geraden g und h schneiden sich im rechten Winkel, wenn
ein Paar von Nebenwinkeln gleich groß ist. Auch diese Defini-
tion eignet sich nicht für die Einführung in das Thema
„rechter Winkel“. In der 5. Klasse sind die Begriffe Nebenwinkel, Weinkel,
Stufenwinkel u.s.w. noch nicht bekannt. Allerdings kann diese Defi-
nition zu einem späteren Zeitpunkt aufgegriffen werden, wenn es
um die Winkel an Geradenkreuzungen geht.

Fazit: der rechte Winkel kann auf verschiedene Weise definiert werden. Nicht jede Definition eignet sich dabei für jedes Alter eines Schülers. Es ist daher in besonderer Weise abzuwägen, welche Definition für welchen Entwicklungsstand am günstigsten ist. Eine Orientierung am Lehrplan kann dabei hilfreich sein. Im Sinne des Spiralprinzips gilt es allerdings nicht, eine Definition im Unterricht aufzugreifen ^{und} sie schließlich als gelernt und „abgehakt“ zu betrachten; vielmehr geht es darum, ein Thema zu verschiedenen Zeitpunkten unter verschiedenen Blickwinkeln und Voraussetzungen immer wieder aufzugreifen, und somit für die Schüler zusammenhängende und Strukturen erkennbar werden zu lassen.

2. Themen und Begriffe zum rechten Winkel

Der Begriff rechter Winkel und die Relation „ist senkrecht zu“ sind im Geometrieunterricht wesentliche Begriffe. In engem Zusammenhang damit steht der Begriff der Parallelität, beide Begriffe werden bereits in der 5. Klasse aufgegriffen: ist eine Gerade orthogonal zu der anderen Parallelen. Sind zwei Geraden orthogonal zu einer dritten Geraden, so sind diese beiden Geraden parallel.

Der Begriff des rechten Winkels ist ebenso relevant, um Vielecke (Polygone) zu klassifizieren und zu beschreiben. So ist z.B. ein Rechteck dadurch definiert, dass eine konvexe, ebene Figur mit 4 Seiten ist, ~~deren~~ deren Innenwinkel alle rechte Winkel sind. Wesentlich ist der Begriff auch in der Hinsicht, Eigenschaften verschiedener Figuren näher beschreiben zu können. So stehen beispielsweise die Mittelsenkrechten eines Rechtecks aufeinander

senkrecht. In der Raute stehen die Diagonalen

im rechten Winkel zueinander, im Quadrat

sowohl die Mittelsenkrechten als auch die Diagonalen.

Auch bei der Klassifizierung von Dreiecken spielt der rechte Winkel

eine Rolle: So erhält beispielsweise das rechtwinklige Dreieck seinen

Namen vom rechten Winkel.

Von der Ebene zur Raumgeometrie: Wie der rechte Winkel bei Themen

in der Fläche eine zentrale Bedeutung einnimmt, so spielt

er auch in der Raumgeometrie eine wichtige Rolle. So z.B. bei

der Entstehung von geraden Körpern: ein Rechteck lässt sich beispielsweise

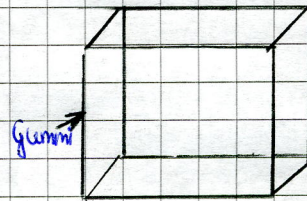
so gewinnen, dass zwei kongruente Rechteckflächen (Grund- und Deckfläche)

über einen Gummi verbunden sind. Bewegt man nun

die Deckfläche im rechten Winkel nach oben, so

dass sich die Gummis dehnen, entsteht ein

Quader, dessen Höhe variiert werden kann.



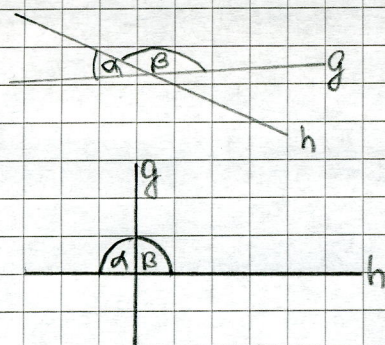
In der Raumgeometrie gewinnt der rechte Winkel auch im Hinblick auf

Flächen- und Raumdiagonalen eine weitere Bedeutung. Beide sind

schließlich über den Satz des Pythagoras berechenbar.

Ein weiterer wichtiger Aspekt betrifft spezielle Winkelpaare an Geradenkreuzungen:

Nebenwinkel: Zwei nebeneinander liegende Winkel an einer Geradenkreuzung nennt man Nebenwinkel, sie ~~sind stets gleich groß~~



ergänzen sich stets zu 180° .

~~Es~~ stehen die beiden Geraden g und h aufeinander senkrecht, so beträgt das Winkelmaß

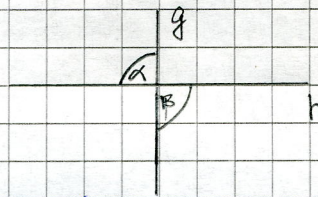
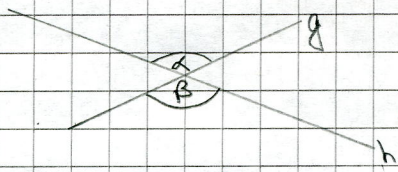
jedes Winkels 90°

~~Scheitel~~

Scheitelwinkel: gegenüberliegende Winkel an einer Geradenkreuzung heißen

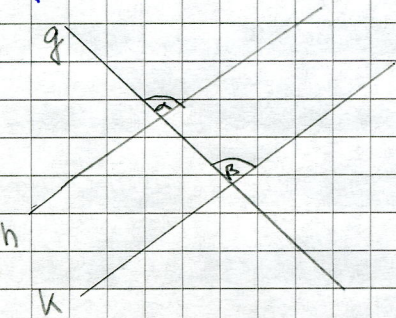
~~Scheitel~~

Scheitelwinkel: Sie sind stets gleich groß. Schneiden sich die beiden



Geraden unter einem rechten Winkel, so betragen die ~~Scheitel~~ Winkel 90°

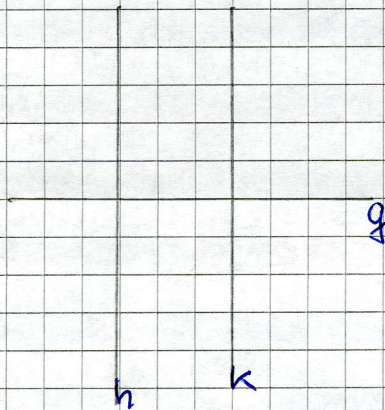
Stufenwinkel: werden zwei Parallele Geraden von einer dritten Geraden geschnitten, so nennt man die beiden Winkel, die auf einer Seite von



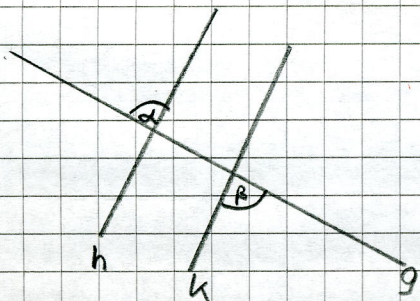
g und beide entweder unter oder oberhalb von h und k liegen Stufenwinkel.

Stufenwinkel an Parallelen sind stets gleich groß

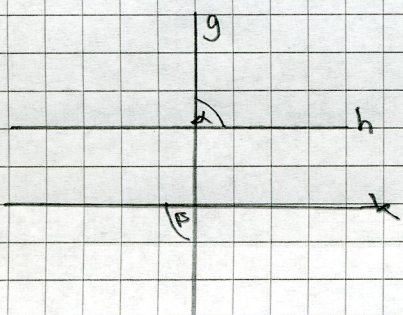
Schneidet g h und k senkrecht, beträgt jeder Stufenwinkel 90° .



Wechselwinkel: werden zwei parallelen Geraden von einer dritten Geraden ge-

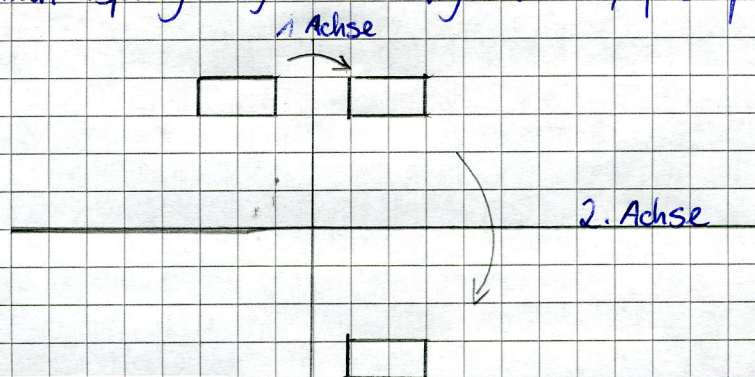


schnitten, so nennt man die beiden Winkel, die auf verschiedenen Seiten von g und unter- und oberhalb von h und k liegen Wechselwinkel. Wechselwinkel an Parallelen sind stets gleich groß.



Schneidet g h und k senkrecht, beträgt jeder Wechselwinkel 90° .

eine weitere Bedeutung nehmen rechte Winkel auch bei Kongruenzabbildungen ein, z.B. bei der Drehung einer Figur um das Zentrum Z mit dem Drehwinkel $\alpha = 90^\circ$, oder auch z.B. bei der Achsenspiegelung, wenn eine Figur ~~an~~ an einer Achse gespiegelt wird und somit eine symmetrische Figur erzeugt wird ($\rightarrow$ Zusammenhang zur Symmetrie). Spiegelt man diese Figur ein weiteres Mal an einer zweiten Achse, die auf der ersten Achse Senkrecht steht, so erhält man eine punktgespiegelte Figur (Punktspiegelung = Drehung um 180° ; Spezialfall der Drehung)



Einen weiteren Aspekt, den ich im Zusammenhang mit dem rechten Winkel aufgreifen möchte, ist die Bedeutung, die der rechte Winkel beim Beweisen von Sätzen einnimmt: so spielt er beispielsweise im Hinblick auf den Satz des Pythagoras, dem Satz des Thales oder aber auch bei bestimmten Sätzen im Dreieck eine wichtige Rolle (z.B. Begründung der Konstruktion des Umkreismittelpunkts eines Dreiecks). Exemplarisch soll an dieser ~~in diesem Zusammenhang~~ Stelle der Satz des Pythagoras aufgegriffen werden: Im rechtwinkligen Dreieck ^{das Quadrat} ~~ist die Summe~~ über der Hypotenuse gleich der Summe der Quadrate über den ~~Hypothen~~ Katheten $a^2 + b^2 = c^2$. Über diesen Zusammenhang ist es möglich, unbekannte Seitenlängen auszurechnen, wie beispielsweise die Flächendiagonale eines Rechtecks oder die Raum-

diagonale eines Quaders etc.

Einen letzten Aspekt betrifft die Bedeutung des rechten Winkels für diverse Grundkonstruktionen:

- Abtragen eines Winkels von 90°
- Errichten eines Winkels
- Fällen eines Winkels
- Konstruktion des Mittelsenkrechten und damit zusammenhängend die Konstruktion des Mittelpunkts einer Strecke.

3. Unterrichtseinheit zum Thema „Rechter Winkel“ (S. 19.)

A. knappe Einordnung und didaktische Diskussion

~~knappe Einordnung in~~

- Thema der Unterrichtseinheit: Einführung in das Thema „Rechter Winkel“
- Einordnung in den Lehrplan: 5. Klasse

5.3. Geometrie

5.3.1 geometrische Figuren und

Beziehungen: parallele und
senkrechte Geraden

- Einordnung in die Unterrichtssequenz:
 - klassifizieren und benennen von geometrischen Körpern (Würfel, Quader, Prisma, Zylinder, Pyramide, Kreiskegel, Kugel), Eigenschaften und Beziehungen
 - Quader und Würfel als spezielle Prismen, Würfel als spezieller Quader
 - begriffliche Vorstellung zu Ecke, Seite, Kante, Seitenfläche
 - begriffliche Vorstellung zu Punkt, Gerade, Strecke

Thema
der
Unterrichts-
stunde

- begriffliche Vorstellung zu
parallel und senkrecht, rechter Winkel, Abstand zwischen
zwei Geraden
- Achsenspiegelung, begriffliche Vorstellung zur Symmetrieachse,
finden von Achsen, symmetrische Figuren ergänzen, Figuren
Spiegeln

Didaktische Diskussion

Winkel, und besonders der rechte Winkel spielen im alltäglichen Leben eine zentrale Rolle. Sie kommen praktisch überall vor: Häuser, Treppen, Maschinen, Fahrrad etc.

Auch für zahlreiche handwerkliche Berufe ~~vielleicht~~ gilt eine Kenntnis und Anwendung als besondere ~~keine~~ Herausforderung.

Wie bereits oben erläutert wurde ist der rechte Winkel ein bedeutendes Thema im Geometrieunterricht der Hauptschule, der die verschiedensten Themengebiete durchdringt oder als Voraussetzung für sie gilt.

Es ist daher von besonderer Relevanz, ihm im Unterricht ~~ein~~ ein besonderes Augenmerk zu schenken.

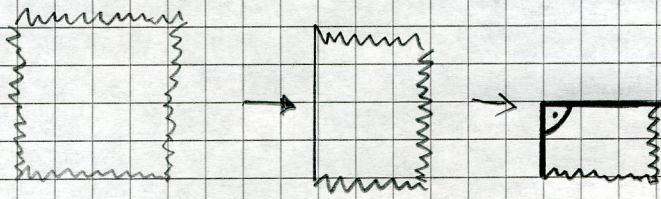
3. Sachanalyse und methodische Diskussion

Sachanalyse (vgl. Aufgabe 1a)

- Begriff Winkel allgemein
- Winkelmaß
- rechter Winkel
- Überprüfung eines rechten Winkels:

Auf einer Ebene lässt sich ein rechter Winkel am einfachsten über einen sog. Fallwinkel erfahrbar machen

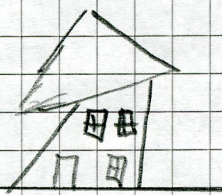
dazu wird ein Blatt Papier zweimal gefaltet



In einem zweiten Schritt schließlich reichen bloße ~~Veranschaulichung~~ Kennzeichnungen auf dem Quadrat aus, um einen Winkel auf 90° überprüfen zu können

Methodische Diskussion

- ~~Einleitung~~ Einstieg: ~~Stummer~~ Stummer Impuls: Bild von einem Haus, dessen Wände nicht wie gewohnt senkrecht stehen, sondern auf



den ersten Blick als „nicht richtig“ wahrgenommen werden. Die Neugier der Schüler soll dadurch geweckt werden, Motivation ist das Ziel. Im Unterrichtsgespräch

wird schließlich erkundet, was an dem Haus „falsch“ ist.

Die Schüler kommen dabei darauf, dass die Wände „schief“ sind, und eigentlich „gerade“ ~~stehen~~ stehen müssten. ^{→ mit ~~Faden~~ ~~und~~ ~~den~~ ~~richtigen~~ ~~Strecken~~ ~~z~~} In diesem

Zusammenhang kann - wenn der Begriff nicht von den Schülern kommt - der Begriff „senkrecht“ und „rechter Winkel“ eingeführt werden. Die schiefen Wände des Hauses sollen nun korrigiert werden.

Die Problemfrage ergibt sich schließlich von selbst „wie kann man ~~an~~ einen rechten Winkel überprüfen?“

- Erarbeitung: Da Die Schüler bekommen paarweise mehrere Blätter Papier ~~ausgeteilt~~. Sie bekommen den Arbeitsauftrag, eine Möglichkeit zu finden, das Papier so zu falten, dass ein rechter Winkel überprüft werden kann. Die Partnerarbeit dient dazu das Sozial -

verhalten zu stärken, bei Bedarf sich
beim Partner Hilfe zu holen, individuellen
Arbeitstempo zu realisieren.

Im anschließenden Unterrichtsgespräch werden die Fallvorschläge
vorgestellt. Die Präsentation der Ergebnisse stärkt das Selbstbewusstsein
und gibt den Schülern Routine, vor der Klasse zu sprechen.

Gemeinsam wird schließlich der sog. Faltwinkel nach Anleitung durch
den Lehrer gefaltet.

In ~~Einzel-~~ ^{Einzel-}arbeit erhalten ^{die Schüler} schließlich den Auftrag, im Klammenzimmer
rechte Winkel zu finden und diese mit ihrem Faltwinkel zu über-
prüfen. Sie lernen damit selbstständig zu arbeiten ^{und} nach ihrer individuellen
Lerngeschwindigkeit vorzugehen. Der Lehrer steht für eventuelle Fragen
und Probleme stets zur Verfügung.

Anschließend: Unterrichtsgespräch: der Lehrer klopft die Tafel auf: Zum
Vorschein kommen verschiedene geometrische, rechtwinklige Figuren.

Gemeinsam wird das Überprüfen der rechten Winkel verinnerlicht
indem jeweils bei einer Figur ein Schüler die Überprüfung des
 90° -Winkels an der Tafel vorführen darf.

Bei der letzten Figur stellt der Lehrer die Frage, auf welche
Weise denn ein rechter Winkel noch überprüft werden könnte. Kommt
von den Schülern die Lösungsmög. „Geodreieck“ wird
gemeinsam mit den Schülern besprochen, wie dieses angelegt
werden muss, um den rechten Winkel zu überprüfen (2. Möglichkeiten).
Kommen die Schüler nicht auf die Lösung, kann der Lehrer

einen Hinweis auf das Geodreieck geben. $\rightarrow$ Entstehung des Tafelbildes
Rückbezug auf das anfängliche „schiefe Haus“: mit dem Geodreieck werden die Seiten
des Hauses korrigiert

- Vertiefung: Einzelarbeit: die Schüler erhalten ein Arbeitsblatt,
auf dem verschiedene Arbeitsaufträge zu erfüllen sind:

Zunächst gilt es:

daher in vorgezeichneten geometrischen Figuren rechte Winkel wiederzuerkennen (mit Hilfe des Geodreiecks) und schließlich anhand eines ihres Fallwinkels zu überprüfen.

Andererseits sollen die Schüler selbst lernen, rechte Winkel zu vorgegebenen Geraden mit Hilfe des Geodreiecks einzuzichnen, die vorgegebenen Geraden lassen dabei in ihrer Lage operativ durcharbeiten (Überprüfung wiederum mit dem Fallwinkel). Bereits erworbenes Wissen wird dadurch verinnerlicht und vertieft, und operativ durchgeführt. Der Lehrer steht für Fragen zur Verfügung.

- Sicherung:

Hefteintrag des Satzes: In einem rechten Winkel stehen zwei Geraden aufeinander senkrecht, ein rechter Winkel sich mithilfe eines Fallwinkels oder eines Geodreiecks überprüfen und zeichnen. Sie bilden einen Winkel von 90° .

Das Wissen wird durch den Eintrag in das Regelheft langfristig gesichert. Der Hefteintrag findet in Einzelarbeit statt.

Abschließend wird die Hausaufgabe mitgeteilt: die Schüler sollen ihren Namen in Großbuchstaben schreiben und dabei so viele rechte Winkel wie möglich einsetzen.

Nötige Vorkenntnisse

- bereits bekannt aus dem Alltag sind die Begriffe Winkel, senkrecht, parallel...
- Begriff des Winkels und seine Bezeichnung (Schenkel, Scheitel)
- Grobe Kenntnis des Geodreiecks

G2 Lernziele

Grobziel: Die Schüler sollen den Begriff des rechten Winkels kennen, verstehen lernen und anwenden können.

Feinziele:

Die Schüler sollen...

- die Begriffe „senkrecht“ und „rechter Winkel“ kennen lernen.
- auf enaktive Weise einen Faltwinkel herstellen können
- auf handelnde Ebene rechte Winkel in ihrer Umgebung auffindig machen und diese anhand des Faltwinkels überprüfen.
- eine weitere Möglichkeit zur Überprüfung rechter Winkel kennen lernen (Geodreieck) und das Geodreieck anwenden können.

D, Unterrichtsverlauf

Einstieg: - Bild eines „schiefen“ Hauses

- Kennenlernen der Begriffe „senkrecht“ und „rechter Winkel“
- das Haus ^{soll nun} ~~wird~~ korrigiert werden
- Problemfrage: Wie kann ein rechter Winkel überprüft werden?

- Erarbeitung
- Partnerarbeit: Versuche, Papier so zu falten, dass ein rechter Winkel überprüft werden kann.
 - Präsentation der Ergebnisse
 - Anleitung durch den Lehrer: Falten eines Faltwinkels
 - Einzelarbeit: Entdecken rechter Winkel im Klassenzimmer und Überprüfung mittels Faltwinkels
 - Unterrichtsgespräch: Überprüfung verschiedener geometrischer Formen auf Rechtwinkeligkeit
 - weitere Möglichkeit kennenlernen einen ~~rechten~~ rechten Winkel zu überprüfen das Geodreieck

- gemeinsame Besprechung der Handhabung des Geodreiecks
- ~~Ein~~ Erstellung des Tafelbildes, Korrektur des „schiefen Hauses“ von Beginn

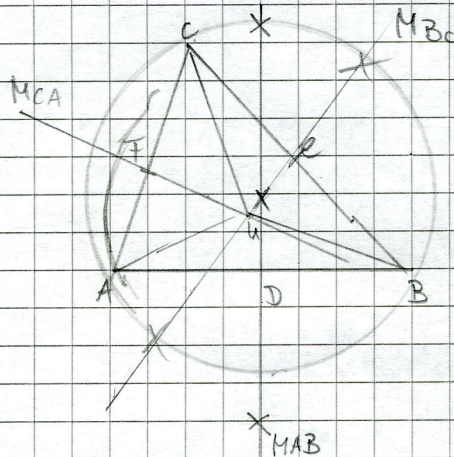
Vertiefung: - Einzelarbeit: Arbeitsblatt: Wiedererkennen rechter Winkel an geometrischen Figuren und eigenständiges Zeichnen ~~rechter Winkel~~ senkrecht aufeinanderstehender Geraden. Die vorgegebenen Geraden variieren dabei in ihrer Lage

Sicherung: - Heft eintrag des Keilstrichen:

- bei einem rechten Winkel stehen zwei Geraden aufeinander senkrecht, sie bilden einen Winkel von 90°
- Ein rechter Winkel lässt sich mithilfe eines Fallwinkels oder eines Geodreiecks überprüfen und zeichnen
- Hausaufgabe

4. Umkreismittelpunkt eines Dreiecks

Der Umkreismittelpunkt ~~ist~~ ~~der~~ ergibt sich durch den Schnittpunkt der Mittelsenkrechten des Dreiecks.



Konstruktionsbeschreibung

1. Zeichne Dreieck ABC
2. Kreis um A u. B mit gleichem Radius $\rightarrow$ Schnittpunkte verbinden $\rightarrow$ Mittelsenkrechte M_{AB}
3. Kreis um B und C mit gleichem Radius $\rightarrow$ Schnittpunkte verbinden $\rightarrow$ Mittelsenkrechte M_{BC}
4. Kreis um C u. A mit gleichem Radius $\rightarrow$ Schnittpunkte verbinden $\rightarrow$ Mittelsenkrechte M_{CA}
5. Schnittpunkt von M_{AB} , M_{BC} u. M_{CA} ist der Mittelpunkt des Umkreises des Dreiecks
6. Kreis um U mit Radius AU

Konstruktionsbegründung:

- Dreieck AUD und Dreieck BUD sind kongruent nach dem Kongruenzsatz SSS :

- AD und BD stimmen überein (Mittelsenkrechte halbiert die Strecke AB)
- Winkel ADU und Winkel BDU stimmen überein (Mittelsenkrechte steht senkrecht auf Strecke AB , so dass Winkel ADU und Winkel BDU jeweils 90° betragen)
- Seite DU ist beiden Dreiecken gemeinsam

- ~~Dreieck~~ Ebenso lässt sich dies für die Dreiecke BEU u. CEU nachweisen u. für Dreieck CFU u. AFU . Sie sind jeweils paarweise kongruent nach dem Kongruenzsatz SSS .

- Aufgrund dessen, dass die Strecke AU , BU und CU (aufgrund der Kongruenz der Dreiecke) alle ~~der~~ ^{die} gleiche Länge haben, ~~u.~~ haben sie ~~von den Seiten des Dreiecks (AB, BC, CA)~~

von den Eckpunkten des Dreiecks ABC den gleichen Abstand
Dadurch, dass die kongruenten Dreiecke alle in U zusammenreffen,
bzw. um U herum angeordnet sind, schneiden sich die Mittelsenkrechten
alle in diesem Punkt U . Durch den gleichen Abstand der
Strecke AU , BU und CU von den Eckpunkten des Dreiecks kann um
 U ein Kreis mit Radius AU , BU oder CU gezogen werden.

Dieser Kreis ist der Umkreis des Dreiecks ABC , U ist der Um-
kreismittelpunkt.