47. Didaktische Phänomenologie als Grundlage für die Erforschung der Konstitution mentaler Objekte – Gedanken zu Freudenthals Buch

Journal für Mathematikdidaktik 8 (1987), 247-256.

1. Zu Freudenthals Piaget-Kritik

Als GRIESEL 1969 begriffliche Unklarheiten bei PIAGETS Begriff der Gruppierung aufzeigte, die auf Widersprüche führten, löste er eine Flut von Arbeiten zum Gruppierungsbegriff aus, in denen widerspruchsfreie Präzisierungen gegeben wurden (z.B. WITTMANN 1973, STEINER 1974, COHORS-FRESENBORG 1974).

Die 1973 von FREUDENTHAL in seinem Buch „Mathematik als pädagogische Aufgabe“ an den Experimenten PIAGETS geübte Kritik, die PIAGET mangelnde Sorgfalt bei der Anlage, Durchführung und Auswertung, vor allen aber eine bewußte Irreführung der Probanden vorwarf, ist dagegen weitgehend ohne Resonanz in der Mathematikdidaktik geblieben.

FREUDENTHAL ließ aber nicht locker. In seiner *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures* (1983) entwickelt er für zentrale Bereiche der in der Primar- und Sekundarstufe I unterrichteten Mathematik eine breite Phänomenologie. Dabei setzt er sich bei den Themen Länge, Natürliche Zahlen, Geometrie, Topologie und Funktionen eingehender mit einschlägigen Experimenten und Fragestellungen PIAGETS auseinander. Er macht mit seiner Kritik explizit und mit seiner eigenen didaktischen Phänomenologie implizit deutlich, daß die entscheidende Schwäche der Experimente PIAGETS ihre eingeengte, teilweise schiefe Sicht der Phänomene ist, die der Mathematik zugrunde liegen. Damit ist die Validität der Versuche PIAGETS nicht gegeben.

Es ist merkwürdig, daß auch diese Kritik bisher ohne Resonanz geblieben ist. Nach meiner Sicht wäre es allerdings für die Mathematikdidaktik nicht frucht-

bar, wenn man sich nun um eine „Rettung“ der berühmten Versuche PIAGETS bemühen würde. Sinnvoller erscheint es mir, auf der Grundlage einer von FREUDENTHAL angeregten umfassenderen und treffenderen Phänomenologie neue empirische Untersuchungen zur Entwicklung des mathematischen Denkens zu beginnen. Ich sehe in seiner „Didaktischen Phänomenologie“ ein stimulierendes Element konstruktiver Kritik, das es wert wäre, in der didaktischen Forschung aufgegriffen zu werden. Ich möchte in folgenden zeigen, in welcher Richtung ich mir solche Forschungsansätze vorstelle.

2. Didaktische Phänomenologie

FREUDENTHAL versteht unter „didaktischer Phänomenologie“ folgende Betrachtungsweisen (Die Zitate sind von mir übersetzt) :

> „Die mathematischen Gegenstände sind noumena, aber ein Stück Mathematik kann als ein phainomenon erfahren werden; Zahlen sind noumena, aber das Arbeiten mit Zahlen kann ein phainomenon sein ... . Phänomenologie eines mathematischen Begriffes, einer mathematischen Struktur, einer mathematischen Idee bedeutet in meiner Terminologie: das noumenon in seinem Verhältnis zu den phainomena zu beschreiben, deren Mittel zur Organisation es ist; anzugeben, für welche Phänomene es geschaffen ist, um diese zu organisieren, und auf welche es ausgedehnt werden kann; wie es auf diese Phänomene als ein Mittel zur Organisation wirkt und mit welcher Macht über die Phänomene es uns ausstattet. Betone ich in diesem Verhältnis von noumenon und phainomenon des didaktische Element, d.h. achte ich darauf, wie dieses Verhältnis in einem Lehr-Lern-Prozeß erworben wird, so spreche ich von *didaktischer* Phänomenologie dieses noumenon.“ (S. 28,29).

Man denkt unwillkürlich an MACH, der 1896 den Begriff der Phänomenologie in die Physik einführte. Aber FREUDENTHAL liebt es ja, Spuren von Denkern zu verwischen, die ihn befruchtet haben. So distanziert er sich in seinem Buch (S.

28) ausdrücklich von HEGEL, HUSSERL und HEIDEGGER (nicht ohne einen Seitenhieb), würdigt allerdings den Beitrag von KEITEL für die Entstehung seiner „Didaktischen Phänomenologie“ (S. 178). Es wäre sicher eine eigene Untersuchung wert, die Beziehung seines Phänonenologiebegriffs zu anderen näher zu untersuchen.

FREUDENTHAL stützt seine didaktische Phänomenologie mathematischer Begriffe auf seine Kenntnis der Mathematik, der Anwendungen der Mathematik und der Geschichte der Mathematik.

> „Ich weiß, wie mathematische Begriffe entstanden sind oder entstanden sein können. Von der Analyse von Lehrbüchern her weiß ich weiter, wie nach der Ansicht von Didaktikern diese Begriffe im Lernenden entstehen können. Schließlich habe ich von Beobachtungen von Lernprozessen her allerlei darüber gelernt, wie sich im Lernprozeß mathematische Strukturen konstituieren und wie mathematische Begriffe erworben werden“ (S. 29).

Tatsächlich besticht die „Didaktische Phänomenologie“ durch ihre große Breite, ihren Tiefgang, ihre sprachliche Sensibilität, ihren Reichtum an Ideen und ihr Einfühlungsvermögen in das Denken des Kindes. Aber Didaktiker, die hieran weiterarbeiten wollen, seien doch davor gewarnt, gleichsam „aus dem Stand“ didaktische Phänomenologie zu betreiben. Auch FREUDENTHALS bissige Bemerkung über die unverständliche Sprache der genannten Philosophen (S. 28) oder seine Kritik an der Epistemologie PIAGETS (S. 540/541) sollten dem Mathematikdidaktiker keinen Vorwand liefern, philosophische Untersuchungen über die Gegenstände der Mathematik zu ignorieren. Sicher kann man darüber streiten, ob z.B. HUSSERLS Phänomenologie didaktisch ergiebig ist. Aber HUSSERL hat sich intensiv mit den Grundlagen der Mathematik befaßt. Er kam ja von der Mathematik her, hat in Mathematik promoviert, war eine Zeit lang bei WEIERSTRASS privater Assistent und wandte sich dann der Philosophie zu. Immerhin habilitierte er sich mit einer Arbeit „über den Begriff der Zahl“ (1887) in Halle. Zwei Bände der „Husserliana“ befassen sich mit Philosophie der Mathematik. Diese erscheinen mir auch weitgehend verständlich geschrie-

ben zu sein. Phänomenologie mathematischer Begriffe und Fragestellungen findet sich auch bei Pädagogen von KÜHNEL bis WAGENSCHEIN, die daraus unmittelbar Folgerungen für den Unterricht ziehen. Bei WITTENBERG wird deutlich, wie eine erkenntnistheoretische Arbeit über die Mathematik (1957) zu didaktischer Theoriebildung und schließlich zu einer Unterrichtskonzeption führen kann (1963). Die Bedeutung erkenntnistheoretischer Untersuchungen für die Theoriebildung in der Mathematikdidaktik, die auf unmittelbare Umsetzung in Unterrichtsmaßnahnen verzichtet, wird z.B. von OTTE und seiner Arbeitsgruppe (BROMME u.a. 1981) immer wieder betont. (Auch hier sollten Verständnisschwierigkeiten nicht die Aufnahme dieser Ideen verhindern!)

FREUDENTHAL geht es nach meinem Eindruck vor allem darum, die Grundlage für eine empirische Erforschung bestimmter Lernprozesse zu schaffen. Eine zentrale Frage ist für ihn die „Konstitution mentaler Objekte". Sie erfolgt vor dem Begriffserwerb, kann ihn vorbereiten, muß aber nicht zwangsläufig in ihn münden. Insbesondere können unterschiedliche mentale Objekte (z.B. Anzahl, Zählzahl) zu ein und demselben Begriff (hier: natürliche Zahl) hinführen.

Seine Betrachtungen über Größen (Längen), Zahlen (natürliche Zahlen, Bruchzahlen, rationale Zahlen), über Geometrie und Algebra finden sich zum großen Teil schon in früheren Publikationen. Aber sie wirken hier prägnanter, umfassender, und vor allem durch die theoretische Konzeption deutlicher von einer Grundidee her strukturiert. Indem FREUDENTHAL formale Betrachtungen weitgehend vermeidet, öffnet er seine Überlegungen auch Pädagogen und Psychologen.

Was er über Funktionen schreibt, geht dagegen wesentlich über das hinaus, was er an anderen Stellen geäußert hat. In großer Breite legt er ihre Wurzeln frei und macht deutlich, welche mentalen Objekte zu konstituieren sind, um Funktionen zu verstehen und mit ihnen umgehen zu können. Hier wirkt auch seine Kritik an PIAGETS Untersuchungen zum Funktionsbegriff vernichtend: Die gewählten Versuchsanordnungen, in denen Funktionen erkannt werden sollen, sind artifiziell, die Fragestellungen sind zu vordergründig auf das

Bestimmen von Funktionswerten gerichtet und zielen überhaupt nicht auf das Erfassen des Zusammenhanges.

Nach FREUDENTHALS Phänomenologie des Funktionsbegriffs wird als entscheidender Mangel vom PIAGETS Untersuchungen handgreiflich:

> „Das Fehlen einer Phänomenologie wird dort nicht durch das ausgeglichen, was die Verfasser Epistemologie nennen.“ (S. 541).

Wenn man schließlich bedenkt, daß PIAGET z.B. seine Untersuchungen zur Proportionalität nur unzulänglich mit Funktionen in Verbindung bringt, dann wird deutlich, daß er wesentliche Aspekte des Funktionsbegriffs ignoriert. Dies gilt natürlich auch weitgehend für die Flut vom Publikationen zum Thema „proportional reasoning“ (s. TOURNAIRE, PULOS 1985). FREUDENTHALS Phänomenologie scheint mir dagegen ein weites Feld empirischer Forschungsarbeiten zur Entwicklung des funktionalen Denkens zu eröffnen (z.B. VOLLRATH 1986). Entsprechendes gilt für die Entwicklung des arithmetischen und des geometrischen Denkens.

3. Didaktische Sachanalysen

Wenn FREUDENTHAL Längen analysiert, dann scheint eine Theorie der Größenbereiche auf, wie sie ähnlich, aber weiter gefaßt von KIRSCH (1970) entwickelt worden ist. Auch bei der Phänonenologie der Bruchzahlen finden sich Elemente analysierender Betrachtungen, wie sie z.B. ausführlicher von GRIESEL (1968) und PICKERT (1968) angestellt worden sind. Aus derartigen Untersuchungen entwickelte sich als Forschungsansatz die „didaktische Sachanalyse“. (Der Begriff der „didaktischen Analyse“ war ja bereits von Pädagogen besetzt worden; KLAFKI 1958). Er begann sich nach einer Methodendiskussion in den siebziger Jahren in der Mathematikdidaktik durchzusetzen (GRIESEL 1975), wenn er auch heute nicht unumstritten ist. FREUDENTHALS didaktische Phänomenologie macht deutlich, wie Schwächen und Einseitigkeiten dieses Forschungsansatzes überwunden werden können: Innerhalb einer didaktischen

Phänomenologie erhält die didaktische Sachanalyse die Aufgabe, die mathematische Tragfähigkeit bestimmter Vorstellungen zu überprüfen und Zusammenhänge und logische Abhängigkeiten deutlich hervortreten zu lassen.

Originelle didaktische Sachanalysen sehe ich bei FREUDENTHAL vor allem in seiner Phänomenologie der Topologie und der Topographie. An diesen beiden Beiträgen wird auch die unterschiedliche Relevanz solcher Analysen für die Mathematik und für den Mathematikunterricht deutlich: Während FREUDENTHAL die Topologie für mathematisch gewichtig, aber für didaktisch weniger bedeutsam hält, hat die Topographie nach seiner Einschätzung erhebliche didaktische Bedeutung, aber (bisher) nur geringes mathematisches Gewicht. Seine Topographie scheint mir ein Beispiel mehr dafür zu sein, daß didaktische Fragestellungen auch zu neuen mathematischen Betrachtungen führen können. Leider deutet FREUDENTHAL solche Möglichkeiten meist nur an und überläßt anderen die mühsame Kleinarbeit.

Die didaktischen Sachanalysen werden auch bei FREUDENTHAL recht nahe am Unterricht angesiedelt. Sie verführen zu Curriculumentscheidungen, die mit der Autorität einer mathematischen Hintergrundtheorie versehen sind. Bei der Bruchrechnung haben ja die didaktischen Sachanalysen in den sechziger Jahren zur Durchsetzung der Operatorkonzeption geführt. Bei der Ablösung dieser Konzeption in den achtziger Jahren fehlten dagegen entsprechende Analysen. Ich sehe in der Einbettung didaktischer Sachanalysen in eine didaktische Phänomenologie eine Chance, der Gefahr übereilter und zu enger Umsetzungen in Unterricht zu begegnen.

Didaktische Sachanalysen in Bereich der Geometrie führen bei FREUDENTHAL dazu, daß er bei PIAGET schiefe Vorstellungen über topologische, projektive, affine, ähnliche und kongruente Strukturen aufdeckt. Auch hier macht seine Kritik es den Mathematikdidaktiker eigentlich unmöglich, PIAGETS Vorstellungen über die Entwicklung des räumlichen Denkens beim Kinde in Forschung und Lehre zu übernehmen oder damit gar Curriculumentscheidungen zu begründen (z.B. Topologie in der Grundschule.). Obwohl sich bei FREUDEN-

THAL zahlreiche didaktische Sachanalysen finden, besteht meines Erachtens am vielen Stellen das Bedürfnis zu einer detaillierten Ausarbeitung; darüber hinaus bleibt auch genügend Spielraum zu weiteren Analysen. Nach meiner Auffassung sollten sie jedoch wie bei FREUDENTHAL deutlich in eine didaktische Phänomenologie eingebettet und stärker auf die Erforschung des Lernens als auf Umsetzung für den Unterricht gerichtet sein (Was bei den klassischen didaktischen Sachanalysen der Fall war.)

4. Beobachtung von Kindern

Mit zahlreichen Momentaufnahmen aus der kognitiven Entwicklung seines Enkels BASTIAAN (i;k) stützt FREUDENTHAL Hypothesen über die kognitive Entwicklung von Kindern. Meist schildert er Beobachtungen spontanen Verhaltens, gelegentlich auch das Verhalten in Problemsituationen, die von Großvater geschaffen worden sind. Manche Didaktiker rümpfen die Nase, daß FREUDENTHAL seinen Enkel vorführt und bezweifeln die Aussagekraft seiner Beobachtungen. Man sollte dabei nicht übersehen, daß FREUDENTHAL hier in einer für die Entwicklungspsychologie wichtigen Tradition steht. Gegen Ende des vorigen Jahrhunderts entstanden zahlreiche Säuglings- und Kinderbiographien, die als Tagebücher geführt wurden. Häufig zitiert wurde das Buch des Jenaer Physiologen PREVER, „Die Seele des Kindes“ (1882), in den Beobachtungen über seinen Sohn Axel geschildert werden. Die Aufzeichnungen der Ehepaare SCUPIN (1907, 1910, 1931) und STERN (1914) aus Beobachtungen der eigenen Kinder wurden wichtige Quellen der frühen Entwicklungspsychologie. In diese Tradition gehören auch PIAGETs Beobachtungen (1936, 1937, 1945). Vergleicht man alle diese Schilderungen, so wird deutlich, daß ihre Aussagekraft im wesentlichen vom Beobachter bestimmt ist. Aus der Flut möglicher Eindrücke über das Verhalten des Kindes gerade das herauszufiltern, was für eine Theorie bedeutsam ist, setzt das Gespür des Theoretikers für ergiebige Situationen und eine ausgeprägte Sensibilität für die Äußerungen des Kindes voraus. FREUDENTHALS „Schnappschüsse“ offenbaren diese Fähigkeit

bei ihm in hohem Maße. (Trotzdem wäre es wohl fair gewesen, BASTIAAN in das sehr ausführliche Namens- und Sachregister aufzunehmen. Denn ihm verdankt er sicherlich mehr Einsichten als manchem anderen, der dort aufgeführt ist.)

FREUDENTHAL hat an den Versuchen PIAGETS auch allerlei zu kritisieren, was dieser den Kindern antut: Durch die Art der Fragen werden Kinder hereingelegt (z.B. „Was ist mehr?“ bei den Anzahlversuchen). Die Art der Fragen zwingt die Kinder zu einem künstlich niedrig gehaltenen kognitiven Niveau (z.B. beim Zeichnen in den Versuchen zum räumlichen Denken) oder setzt sie einer verarmten künstlichen Umgebung aus (z.B. in den Versuchen zur Symmetrieerfassung).

Insbesondere die Versuche zur Entwicklung des räumlichen Denkens haben auch nach meinen Eindruck bei PIAGET ein Niveau, das nicht einmal den Versuchen entspricht, die z.B. STERN bereits zu Beginn des Jahrhunderts (1909) in seinen Untersuchungen erreicht hatte. Auch die Untersuchungen von LEVINSTEIN (1905) und von KERSCHENSTEINER (1906) hatten bereits eine Fülle brauchbarer Beobachtungen über die Entwicklung der zeichnerischen Fähigkeiten bei Kindern geliefert, so daß hier die Ausführungen PIAGETs recht kümmerlich wirken.

Nach meinem Eindruck hätte FREUDENTHAL auch bei den Untersuchungen von BINET (1890) zur Entwicklung des Zahlbegriffs, der mit ähnlichen Versuchsanordnungen wie PIAGET arbeitete, weniger einzuwenden.

Solche Untersuchungen ignoriert leider auch FREUDENTHAL. Er erschöpft sich damit bei diesen interessanten Themen überwiegend in der Kritik an PIAGET. Seine eigenen Beobachtungen haben eher marginalen Charakter. Sie bleiben Momentaufnahmen. Obwohl BASTIAAN zu unterschiedlichen Zeitpunkten beobachtet worden ist und seinem Großvater sehr an einem Längsschnitt liegt, wird ein solcher in der „Didaktischen Phänomenologie“ nicht deutlich.

Diese Schwachstellen des Buches zeigen mir, daß in der Mathematikdidaktik

nach wie vor ein Bedarf an Kinderbiographien besteht, aus denen man die Entwicklung des mathematischen Denkens erkennen könnte. Darüber hinaus scheint es mir auch notwendig zu sein, klassische Arbeiten zur Entwicklung des mathematischen Denkens in der Mathematikdidaktik zu verarbeiten. Schließlich scheinen mir für viele von FREUDENTHAL formulierte Thesen empirische Untersuchungen mit statistisch gesicherten Ergebnissen notwendig zu sein.

5. Erforschung der Konstituierung mentaler Objekte

FREUDENTHAL vermeidet es bewußt, in seiner „Didaktischen Phänomenologie“ von „Begriffserwerb“ zu sprechen. Ihn interessiert das Vorfeld. Er spricht von „mentalen Objekten“, so wie FISCHBEIN (1975) „Intuitionen“ benutzt oder wie SEMADENI den Terminus „Prämathematik“ verwendet.

Es erscheint mir sinnvoll, diesen Begriff als Arbeitsbegriff zu benutzen. Allerdings wird er in weiteren Untersuchungen zu präzisieren sein, denn er bleibt bei FREUDENTHAL relativ offen.

Auch die Verwendung des Terminus „Konstitution“ finde ich recht sinnvoll, denn „Entwicklung“ läßt zu wenig Spielraum für äußere Einflüsse wie Umwelt und Schulunterricht.

Gegenüber rein psychologischen Untersuchungen über die Entwicklung mathematischen Denkens könnte der wesentliche Beitrag der Mathematikdidaktik darin bestehen, äußere Einflüsse, insbesondere den Mathematikunterricht, in die Untersuchungen mit einzubeziehen. Eine fundierte didaktische Phänomenologie kann für die Validität der Untersuchungen sorgen; Einzelbeobachtungen und Unterrichtserfahrungen von Didaktikern erhöhen die Chancen, Hypothesen zu bilden, deren Signifikanz sich nachweisen läßt.

6. Schlußbemerkungen

Obwohl FREUDENTHALS didaktische Phänomenologie sehr gründlich und umfassend ist, ist sie doch prinzipiell offen für Ergänzungen und Revisionen. Insofern hat er eher einen Weg gewiesen als einen kunstvollen Bau errichtet. BELL schreibt in einer Rezension dieses Buches (1986):

> „It is a unique book. On the epistemological dimension, it stands midway between books like Newman: *The world of mathematics*, and the work of PIAGET."

Nach FREUDENTHALS Kritik an PIAGET bezweifle ich, daß er dies als Kompliment betrachtet.

7. Literatur

Bell, A. ; W.M. Brookes, Two comments on „Didactical Phenomenologie", Learn. Math. 6 (1986), 24-26

Binet, A., La perception de longueurs et des nonbres chez quelques petits enfants, Revue Philosophique, 30 (1890) 68-81

Bromme, R.; u.a., Perspektiven für die Ausbildung der Mathematiklehrer, Köln 1981

Cohors-Fresenborg, E., Bemerkungen zur Axiomatisierung des Piagetschen Gruppierungsbegriffs durch E. Wittmann und H.G. Steiner, BMU 1973, Hannover 1974, 83-89

Fischbein, E., The Intuitive Sources of Propabilistic Thinking in Children, Dordrecht 1975

Freudenthal, H., Mathematik als Pädagogische Aufgabe, Bd. 1,2 Stuttgart,

Freudenthal, H., Didactical Phenomenology of Mathematical Structures, Dordrecht 1983

Griesel, H., Eine Analyse und Neubegründung der Bruchrechnung, MPSB 16 (1968) 48-68

Griesel, H., Uberlegungen zu den didaktischen und psychologischen Grundlagen des Rechenunterrichts in der Grundschule, BMU 1969, Hannover 1970, Teil 1, 128-142

Griesel, H., Stand und Tendenzen der Fachdidaktik Mathematik in der Bundesrepublik Deutschland, Z.Päd. 21 (1975) 19-31

Husserl, E., Uber den Begriff der Zahl, Halle 1887

Husserl, E., Philosophie der Arithmetik, Den Haag (Bd. XII der Husserliana)

Husserl, E., Studien zur Arithmetik und Geometrie, Den Haag 1983 (Bd. XXI der Husserliana)

Kerschensteiner, G., Die Entwicklung der zeichnerischen Begabung, München 1906

Kirsch, A., Elementare Zahlen- und Größengsbegereiche, Göttingen 1970

Klafki, W., Didaktische Analyse als Kern der Unterrichtsvorbereitung, Dt.Sch.50 (1958) 450-471

Kühnel, J., Neubau des Rechenunterrichts, Leipzig 1916

Levinstein, S., Kinderzeichnungen bis zum 14. Lebensjahr, Leipzig 1905

Mach, E., Prinzipien der Wärmelehre, Leipzig 1896

Piaget, J., La naissance de 1, intelligence chez 1'enfant, Neuchatel 1936

Piaget, J., La canstruction du réel chez l'enfant, Neuchätel 1937

Piaget, J., La formation du symbole chez 1'enfant, Neuchätel 1945

Pickert, G., Die Bruchrechnung als Operieren mit Abbildungen, MPSB 15 (1968) 31-47

Preyer, W., Die Seele des Kindes, Leipzig 1882

Scupin, E. und G. Scupin, Bubis erste Kindheit: Ein Tagebuch über die geistige Entwicklung eines Knaben in den ersten drei Lebensjahren, Leipzig 1907

Scupin, E. und G. Scupin, Bubi im vierten bis sechsten Jahr, Leipzig 1910

Scupin, G., Lebensbild eines deutschen Schuljungen, Leipzig 1931

Semadeni, Z., The Concept of Premathematics as a Theoretical Background for Primary Mathematics Teach ing, Polish Acad. of Sciences (o.J.)

Stern, C. und W. Stern, Die Kindersprache, Leipzig 1907

Stern, W., Psychologie der frühen Kindheit bis zum sechsten Lebensjahre, Leipzig 1914

Stern, W., Die Entwicklung der Raumwahrnehmung in der ersten Kindheit, Z.angew. Psych. 2 (1909) 412-423

Stern, W., Über verlagerte Raumformen, Z. angew. Psych. 2 (1909) 498-526

Steiner, H.-G., Bemerkungen zur Wittmannschen Axiomatisierung des Gruppierungsbegriffs von J. Piaget und Hinweise auf weitere relevante Modelle,

BMU 1973 Hannover, 1974, 239-246

Tournaire, F. und S. Pulos, Proportional reasoning: A revue of the literature, Ed. St. 16 (1985) 181-204

Vollrath, H.-J., Search strategies as indicators of functional thinking, Ed. St. 17 (1986) 387-400

Wagenschein, M., Rettet die Phänomene! MMD 30 (1977) 129-137

Wittenberg, A.I., Vom Denken in Begriffen, Basel 1957

Wittenberg, A.I., Bildung und Mathematik, Stuttgart 1963

Wittmann, E., Zum Begriff „Gruppierung“ in der Piagetschen Psychologie, BMU 1972, Teil 2, Hannover 1973, 203-222