42. Die umwelterschließende Funktion des Mathematikunterrichts

Pädagogische Welt 37 (1983) 726-730, 743.

1. Zur Rolle der Mathematik in unserer Umwelt

Wenn der Mensch zählt, mißt, vergleicht, abschätzt, rechnet, vorausberechnet, skizziert, zeichnet, konstruiert, formt, gestaltet, dann benutzt er, häufig unbewußt, Mathematik. Sie dient ihm dazu, sich sachgerecht zu verhalten, Entscheidungen rational zu fällen, Probleme adäquat zu lösen und schöpferisch tätig zu werden. Der Mensch bedient sich dabei mathematischer Objekte und Verfahren, die bereits vorhanden und ihm verfügbar sind oder die er sich verfügbar machen kann. Er wendet Mathematik an. In einer sich verändernden Welt treten immer neue Anforderungen an den Menschen heran, auf die er häufig nicht mit bewährten und vertrauten Verhaltensmustern reagieren kann. Immer wieder entstehen Situationen, für die die entsprechende Mathematik noch nicht verfügbar ist, sie muß vielmehr erst entwickelt werden. Im einfachsten Fall ist das durch Modifikation bekannter Verfahren möglich, immer wieder jedoch werden gänzlich neue Verfahren entwickelt. Die Umwelt wird mathematisiert. Dabei entsteht neue Mathematik. Dies ist allerdings der Öffentlichkeit kaum bewußt. Für die meisten Menschen ist Mathematik etwas Abgeschlossenes, in dem es nichts Neues mehr zu entdecken gibt. Offensichtlich ist es dem Mathematikunterricht und den Mathematikern bisher nicht gelungen, dieses falsche Bild von Mathematik zu korrigieren.

Indem der Mensch Mathematik als ein Hilfsmittel zur Beherrschung und Gestaltung seiner Umwelt benutzt, prägt er seine Umwelt. Die Mathematik selbst wird zu einem Umweltphänomen: Wir begegnen in unserer Umwelt auf Schritt und Tritt Zahlen, Größen, geometrischen Formen; in Naturwissenschaft und Technik ist Wissen meist in mathematischer Form verfügbar. Die Computerentwicklung hat schließlich dafür gesorgt, daß Mathematik in unserer Um-

welt „allgegenwärtig“ ist, ja vielfach sogar als Bedrohung empfunden wird. Der Mensch muß die Sprache der Mathematik verstehen können, ihre Möglichkeiten und Grenzen kennen, wenn ihm nicht vieles rätselhaft und bedrohlich erscheinen soll.

In der Diskussion um den Sinn und Zweck schulischer Erziehung gewinnt heute die Forderung nach *Umwelterschließung* ein starkes Interesse. Unter dieser Forderung ist es eine Aufgabe der Schule, die Schüler mit grundlegenden Phänomenen ihrer Umwelt vertraut zu machen und zugleich Fähigkeiten zu vermitteln, Anforderungen der Umwelt zu bewältigen. Die einzelnen Fächer haben in dieser Diskussion deutlich zu machen, welche Beiträge sie zu dieser Aufgabe leisten können.

Im folgenden soll gezeigt werden, worin die umwelterschließende Funktion des Mathematikunterrichts der Hauptschule bestehen kann. Dabei gehe ich nicht der Frage nach, ob die Darstellung einen Ist-Zustand oder einen Soll-Zustand beschreibt.

2. Betrachten der Umwelt

In einigen Fällen springt dem Kind Mathematik ins Auge, wenn es sich in seiner Umgebung umschaut: Zahlen treten als Hausnummern, als Nummern von Straßenbahnen, Autonummern, als Preisauszeichnungen, als Gewichtangaben, als Ziffern auf dem Uhrblatt, als Zahlenangaben in der Zeitung usw. auf. Zahlen erscheinen aber auch als Eigenschaften von Objekten: Die Anzahl der Fenster eines Hochhauses, die Anzahl der Kanten eines Würfels, die Anzahl der Ecken einer Fläche usw. Geometrische Grundkörper wie Würfel, Quader, Prisma, Säule, Kugel, Kegel usw. lassen sich als Formen von Packungen, Werkstücken, Gebäuden usw. erkennen. An ihnen finden sich geometrische Formen wie Flächen (Quadrate, Rechtecke, Dreiecke, Kreise), Linien (Strecken, Geraden, Kreislinien, Kurven) und Punkte.

Mathematische Objekte treten also direkt in der Umgebung auf, aber auch als

Merkmale von Objekten der Umwelt. Wir sind es gewohnt, bei Bedarf solche Merkmale zu sehen und meinen, daß es ganz natürlich sei, diese Merkmale zu erkennen. Dabei übersehen wir, daß wir sie häufig erst in die Figur „hineinsehen“. Dies geschieht in der Regel, wenn wir bestimmte Ziele verfolgen, wenn unsere Aufmerksamkeit auf etwas gerichtet ist, was uns besonders interessiert. Die Anzahl der Würfelkanten wird uns z.B. bewußt, wenn wir aus Strohhalmen ein Kantenmodell bauen wollen und wissen wollen, wie viele Strohhalme wir dazu benötigen. Oder wir wollen einen Mast mit Seilen befestigen und erkennen die Symmetrie der Figur als eine Bedingung für die Standfestigkeit.

Der Mathematikunterricht bemüht sich darum, Situationen zu schaffen, Aufgabenstellungen anzubieten, Problemstellungen zu entwickeln, aus denen heraus die Schüler zum Entdecken von Mathematik in ihrer Umwelt geführt werden. Dabei setzt er eine Reihe grundlegender geistiger Tätigkeiten in Gang wie *abstrahieren* (abgesehen von irrelevanten Merkmalen) und *idealisieren* (hineinsehen von gewünschten Eigenschaften). Wenn man z.B. die Form von Figuren betrachtet, dann sieht man von anderen Merkmalen wie Farbe, Material usw. ab. Sucht man Kreise in der Umwelt, zeichnet man Kreise, dann sieht man in diese Gebilde die ideale Figur der Kreislinie hinein.

Dies geschieht an Studien in der natürlichen Umgebung (Schulhof, Schulhaus, Klassenzimmer in der näheren Umgebung und Dorf oder Stadt mit ihren Einrichtungen in der weiteren Umgebung), an Abbildungen dieser Umgebung (Dia, Film, Zeichnung, Foto, Bilder aus der Zeitung) und aus künstlich geschaffenen Umgebungen (strukturiertes Material, Experimentiermaterial).

Im ungünstigsten Fall beschränkt sich der Unterricht auf die in den Schulbüchern reduziert wiedergegebene Umwelt. Praktisch alle Schulbücher bemühen sich um „Lebensnähe“ im Angebot von Einstiegsproblemen, Anwendungs- und Übungsaufgaben. Es gibt jedoch eine lange Tradition im Mathematikunterricht, durch Aktivitäten an konkreten Situationen mathematische Einsichten zu gewinnen und mathematische Verfahren zu entwickeln. Wesentliche Impulse sind im Gefolge der „neuen Mathematik“ besonders durch die neu entwickelten

didaktischen Materialien für die Grundschule gegeben worden. Die Normierung des Materials und seine Sterilität haben die Erwartungen jedoch etwas enttäuscht.

Die Gefahren mathematischer Betrachtungen der Umwelt bestehen vor allem darin, daß die Umwelt in übertriebenem Umfang „durch die mathematische Brille gesehen“ wird. Indem wir die Umwelt mathematisch sehen, schränken wir unsere Sichtweise ein. Das mag für viele Problemstellungen nützlich sein, läßt uns aber unter Umständen blind sein für andere wesentlichere Aspekte.

3. Beschreiben der Umwelt

Wir haben das Bedürfnis, uns dem anderen mitzuteilen. Wir wollen ihn teilnehmen lassen an unserem Erleben oder wir wollen, daß er mit uns etwas anpackt; wir wollen vielleicht auch Auskunft über etwas erhalten, was uns interessiert. Was wir mathematisch beobachten, müssen wir adäquat ausdrücken können, um Mißverständnisse zu vermeiden. Sie treten um so eher auf, je weniger der andere mit unserer konkreten Situation vertraut ist. Wenn wir dagegen im gleichen Kontext arbeiten, dann kann man relativ leicht mit Mitteln der Umgangssprache auch mathematische Phänomene beschreiben, Fragestellungen aufwerfen, Problemstellungen formulieren und Lösungen angeben.

Ein besonderes Bedürfnis nach Fachsprache ist durch die Computer entstanden. Wenn der Computer für uns arbeiten soll, müssen wir ihn programmieren. Das geschieht in Programmiersprachen, die in der Regel mathematische Sprachelemente enthalten.

Sprache dient jedoch nicht nur der Mitteilung an andere, sondern ist auch das Mittel, in dem wir selbst denken. Problemlöseversuche sind meist von Sprache begleitet (heuristische Sprache), die das Finden von Lösungen erleichtern.

Der Mathematikunterricht wird sich also auch darum bemühen, die mathematische Sprechfähigkeit zu vermitteln. Die Sprache wird zunächst nicht kanali-

siert, sondern bleibt für eine Weile umgangssprachlich kontextgebunden und eröffnet damit dem Lernenden sprachliche Entfaltungsmöglichkeiten. Die Mathematik hat aber auch eine hochentwickelte Fachsprache, mit der Ausdrucksmöglichkeiten bestehen, die weitgehend kontextunabhängig sind. Diese Fachsprache bietet einerseits problemlose Verständigung mit Experten, klingt für den Nichteingeweihten jedoch wie „Chinesisch“ (z.B. Computer-Chinesisch; algebraische Formelsprache). Sie schafft einerseits also Verständigungsmöglichkeiten, richtet zugleich jedoch Verständigungshürden auf. Der Mathematikunterricht hat die Verantwortung, möglichst vielen Menschen diese Ausdrucksmöglichkeiten zu eröffnen. Zugleich sollte er möglichst viel mathematische Erkenntnis auf „ursprüngliche“ Weise vermitteln. Es war ein Bestreben in der „neuen Mathematik“, mit der Mengensprache die Ausdrucksmöglichkeiten der Schüler zu verbessern und Sprachbarrieren zwischen den Kindern unterschiedlicher Schichten abzubauen. Die Bemühungen haben wohl nicht zu dem gewünschten Erfolg geführt.

Heute werden, wieder von den USA her, Programmiersprachen (z.B. LOGO) empfohlen, mit denen Kinder früh in der Welt des Computers heimisch werden sollen. Man verbindet damit die Hoffnung, daß die Kinder im Umgang mit dem Partner Computer Mathematik für sich selbst entwickeln. Aber diese Vorstellungen sind noch sehr weit von der Realität unserer Schule entfernt.

Wichtig ist dagegen, daß die Schüler lernen, die Formelsprache der Algebra zu verstehen. Es hat sich gezeigt, daß nur so die Schüler in vielen Berufen die notwendige mathematische Ausdrucksfähigkeit erwerben.

Der Mathematikunterricht sollte also einerseits die Sprachkompetenz der Schüler erhöhen, ohne andererseits in einen unnötig abstrakten Jargon zu verfallen, der Erkenntnisse eher verschließt als eröffnet.

4. Erklären der Umwelt

Das Kleinkind „löchert“ die Eltern mit Warum-Fragen. Das Fragen ist ein

natürliches Bedürfnis des Kindes. Im Laufe der Schulzeit muß das Kind sich mit immer mehr Fragen befassen, die es sich selbst nicht gestellt hat. Auch der Mathematikunterricht hat die Neigung zum Fragen wohl eher abgestumpft als gefördert. Trotzdem ist es notwendig und auch möglich, durch den Mathematikunterricht eine Fragehaltung zu fördern.

Der Mathematikunterricht kann in vielen Bereichen Fragen der Art beantworten helfen: Warum ist das so? Wie macht man das? Das ist naheliegend bei innermathematischen Fragen wie: Warum ist 5 größer als 3? Wie ändert sich eine Zahl beim Quadrieren? Wie kann man die Seitenlänge eines Quadrats berechnen, dessen Flächeninhalt gegeben ist?

Derartige Fragen lassen sich aber auch aus Umweltsituationen herausdestillieren. Der Lehrer sucht dann eine geeignete „Einkleidung“ für die mathematische Fragestellung.

Man kann gegen dieses Vorgehen prinzipielle Einwände erheben. Wenn man jedoch nicht in pädagogische Utopien verfallen will, wird man sich mit der Forderung begnügen, daß die behandelte Situation realisierbar ist und im Erfahrungsbereich der Schüler liegt oder durch den Unterricht in seinen Erfahrungsbereich einbezogen werden kann.

Im Mathematikunterricht dominieren meist kleinschrittige Aufgaben, in denen die Fragen vom Lehrer oder vom Buch gestellt werden. Einige Bücher lassen die Fragen weg und wollen damit den Schüler veranlassen, die Fragen selbst zu stellen. In der Regel erwartet man jedoch, daß dann der Schüler die „richtigen“ Fragen findet. Damit wird ihm eine Freiheit lediglich vorgegaukelt. Die Schüler haben dies bald durchschaut, bleiben in eingefahrenen Bahnen und rechnen „wie der Lehrer es will“. Eine Abhilfe können hier nur offene Situationen bieten, die relativ komplex sind und in denen die Schüler selbst ausreichend viele sinnvolle Fragen stellen, sich die notwendigen Daten selbst beschaffen und dann auch die Aufgaben selbständig lösen können. Ansätze dazu finden sich in Vorschlägen zu „Projekten“ des Mathematikunterrichts.

Dem Bestreben nach Offenheit steht allerdings häufig die Notwendigkeit der Konzentration auf bestimmte mathematische Problemstellungen entgegen. Insbesondere erschweren mit Inhalten überfüllte Lehrpläne offeneres Arbeiten im Unterricht.

Es ist sicher legitim, wenn der Mathematikunterricht Umweltsituationen verwendet, um Mathematik gefälliger zu verpacken. Man darf aber nicht übersehen, daß die Schüler sich an der Nase herumgeführt fühlen müssen, wenn dies die Regel ist. Wir bemühen uns in der Unterrichtsplanung darum, Situationen für den Mathematikunterricht zu finden, in denen das Problem der Situation im Vordergrund steht und die Mathematik eine echte Lösungshilfe darstellt. Derartige Bereiche sind meist fächerübergreifend. Es handelt sich um geographische, physikalische, technische, biologische, chemische, wirtschaftliche Themen, die in den Mathematikunterricht eingebettet werden müssen. Dazu ist es allerdings notwendig, Sachwissen zu vermitteln. Um das auf das Notwendigste zu beschränken, greift man häufig zu Vereinfachungen. Dabei hat man zu kontrollieren, daß sie keine Verfälschungen darstellen. Mathematik kommt bei diesen Fragestellungen ins Spiel, wenn Beziehungen zwischen Zahlen herangezogen werden, wenn mit Zahlen und Größen gerechnet wird, wenn Zuordnungen zwischen Zahlen und Größen betrachtet werden, wenn Eigenschaften von Figuren benutzt werden, wenn Symmetrien angesprochen werden, wenn konstruiert wird, wenn vielleicht auch logische Abhängigkeiten bewußt gemacht werden.

Dabei ist für den Mathematiker die Verführung durch Fachsystematik groß. Beschränkung auf mathematische Inhalte und Fragestellungen und systematische Anordnung ergeben klar aufgebaute Darstellungen, die leicht zu Unterrichtssequenzen organisiert werden können. In den Richtlinien, die in den letzten Jahren erstellt worden sind, läßt sich sehr deutlich diese Fachsystematik als Leitlinie feststellen. Es besteht dabei die Gefahr, daß die Interessen und Bedürfnisse des Kindes in den Hintergrund treten. Zugleich wird damit eine Integration der unterschiedlichen Fächer erschwert. In letzter Zeit mehren sich die Forderungen nach Unterrichtskonzeptionen, die stärker an den Bedürf-

nissen und Fähigkeiten der Schüler orientiert sind.

5. Erforschung der Umwelt

Was wir über unsere Umwelt wissen, ist das Ergebnis von Forschungen, die Menschen in allen Bereichen unseres Lebens angestellt haben. Der Mensch stellt im Experiment Fragen, auf die er Antworten sucht. Rationales Handeln ist nur möglich auf der Grundlage von Wissen, das durch Forschen gewonnen worden ist. Dabei bezieht sich Forschen nicht nur auf wissenschaftliches Arbeiten, sondern auf gezieltes Fragen an die Umwelt. Ebenso wie die natürliche Fragehaltung besitzen Kinder einen natürlichen Forschungsdrang, dem auch im Mathematikunterricht Raum geboten werden kann.

Sie können Eigenschaften von Zahlen und Figuren erforschen, aber auch die Eigenschaften von Größen und die Zusammenhänge zwischen Größen. Als ein sehr nützliches Hilfsmittel zur Erforschung von Zahlen hat sich der Taschenrechner erwiesen. In der Geometrie formen die Schüler Modelle und stellen Fragen an die Modelle, die sie unmittelbar durch Handeln an diesen Modellen beantworten. Sie formen z.B. mit Knetmassen eine Walze und untersuchen, welche Schnittflächen sich ergeben können, indem sie mit einem Messer unterschiedlich durchschneiden. Im Bereich der Größen ist vor allem die Erforschung von Zusammenhängen mit Hilfe von Zuordnungen zwischen Größen wichtig. So können die Schüler z. B. durch Längen- und Gewichtmessung von Leisten gleichen Querschnitts und gleichen Materials feststellen, daß zwischen Länge und Gewicht ein proportionaler Zusammenhang besteht. Derartige Einsichten können dann Grundlage der Schlußrechnung sein. Das konkrete Experimentieren liefert zudem selbstgefundenes Datenmaterial für Aufgaben. Das Zeichnen des Schaubildes vermittelt ebenfalls Einsicht und bettet diese Tätigkeit in einen sinnvollen Zusammenhang ein.

Die Grenzen zu anderen Fächern werden auch bei diesem Handeln gelegentlich überschritten. Man kann dies jedoch positiv sehen als eine Möglichkeit, ver-

schiedene Fächer zu integrieren.

6. Rationales Handeln in der Umwelt

Der Mensch handelt in der Umwelt. Dieses Handeln kann zielgerichtet sein. Es ist effektiv, wenn es überlegt und durchdacht ist. Dies zeigt sich insbesondere bei Entscheidungen, vor die der Mensch gestellt wird. Mathematische Methoden können dem Menschen helfen, rational zu entscheiden. Indem er zählt, kann er z.B. eine Bestandsaufnahme machen. Er weiß nun, womit er rechnen kann. Bei seinen Planungen kann er ausrechnen, was er bei der Durchführung benötigt. Er kann vorausberechnen, was eintreten wird. Vielfach liefern ihm Formeln ein Schema, nach dem er die zwangsläufig eintretenden Ergebnisse der Zukunft vorausberechnen kann. Häufig werden von ihm auch Entscheidungen verlangt, bei denen sich das Ergebnis nicht mit Sicherheit voraussagen läßt. Dann kann man sich darum bemühen, mit Mitteln der Wahrscheinlichkeitsrechnung die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten bestimmter Ergebnisse zu bestimmen.

Mit Hilfe geometrischer Einsichten ist es möglich, Handlungsspielräume aufzuzeigen oder Sachzwänge, denen man sich zu unterwerfen hat, deutlich zu machen. Dabei kann man den Schülern bewußt machen, daß es häufig nötig ist, Prioritäten zu setzen, um zu sinnvollen Entscheidungen zu kommen. Will man z.B. unbedingt einen Hocker haben, der nicht wackelt, dann wird man einen dreibeinigen wählen, denn dieser kann nicht wackeln. Man nimmt dann aber in Kauf, daß er leichter umfällt als ein vierbeiniger.

Man wird allerdings den Schülern auch bewußt machen, daß der Mensch nicht alles erklären kann. Er sollte auch nicht nur rational handeln. Sondern Intuition, Phantasie, Eingebung und Offenbarung sind Erkenntnisquellen und Triebfedern für sein Tun, die sein Leben wesentlich bereichern können, sich aber weitgehend der Mathematik entziehen.

7. Kreatives Handeln in der Umwelt

Im allgemeinen verbindet man mit der Mathematik nicht die Vorstellung von Phantasie und Kreativität. Auch das ist eine Folge eines weitgehend sterilen Mathematikunterrichts, in dem vorwiegend formal und schematisch gearbeitet wird.

Tatsächlich bietet Mathematik eine Fülle von Bereichen, in denen die Phantasie fruchtbar werden und der Mensch sich kreativ verhalten kann. Die Strenge der geometrischen Form und Gesetzmäßigkeiten der Zahlen können durchaus faszinierend wirken. In allen Künsten gibt es Stile, die stark mathematisch inspiriert sind. Man denke an die Kunst der Fuge in der Musik oder an den Kubismus in der Malerei. Es gibt zahlreiche populäre Darstellungen, die dem Laien etwas von der Faszination der Zahlen und der geometrischen Figuren vermitteln wollen. Hier kann man Anregungen für kreatives Handeln der Schüler im Mathematikunterricht finden. Als Beispiele seien das Entwerfen von Geheimschriften, das Fortsetzen von Zahlenfolgen, das Suchen von magischen Quadraten, das Herstellen von Zeichnungen mit lauter Kreisen, das Formen von Plastiken aus geometrischen Grundkörpern genannt.

Wenn man eine Schulklasse betritt, in der die Schüler im Mathematikunterricht kreativ geworden sind, dann sieht man überall Spuren dieses Handelns Die Schüler haben sich eine mathematische Umwelt gestaltet, die stimulierend wirkt und etwas vom Zauber der Mathematik vermittelt.

8. Umwelterschließung als Problemlöseprozeß

Wir haben wichtige Aspekte der Umwelterschließung im Mathematikunterricht hervorgehoben und Beispiele angegeben, an denen die einzelnen Aspekte zum Tragen kommen können. Diese Beispiele erstreckten sich über den gesamten Mathematikunterricht der Hauptschule. Wir wollen nun an einem Beispiel zeigen, wie diese Aspekte nacheinander zur Erschließung eines kleinen Problem-Bereiches des täglichen Lebens führen können.

Wir wählen das Problem des Tortenteilens, wie man es im 6. Schuljahr behandeln kann. Die Schüler sollen herausfinden, wie die Mutter oder wie die Verkäuferin in der Bäckerei teilt. Sie *beobachten* das Handeln der Experten. Dabei werden ihnen drei grundverschiedene Verfahrensweisen auffallen: Torten werden nach Augenmaß geteilt, oder es wird ein Tortenteiler benutzt. Gelegentlich sind auf der Torte die Stücke bereits markiert, dann wird entlang der Markierungen geschnitten.

Im Unterricht wird über die Beobachtungen gesprochen. Die Schüler *beschreiben* zunächst umgangssprachlich ihre Beobachtungen. Mit Hilfe fachsprachlicher Elemente können dann die Beobachtungen genauer beschrieben werden: „Die Torte wird in 12 gleich große Stücke zerschnitten“. Andere haben beobachtet, daß sich 16 Stücke ergeben haben. Bei einem Bäcker ergaben sich auch 14 Stücke. (Im Handel gibt es Tortenteiler für 12, 14, 16 und 18 Stücke.) Damit werden die Ergebnisse beschrieben. Interessant ist aber vor allem der Vorgang. „Die Torte wird erst halbiert, dann werden die Hälften noch einmal halbiert; die Viertel werden dann immer in 3 gleich große Teile zerlegt.“ Warum ergibt sich dabei eigentlich eine Teilung in 12 gleich große Stücke? Mit mathematischen Überlegungen wird es möglich, dies Phänomen zu *erklären:* Man wendet nacheinander die Operatoren :2, :2, :3 an. Damit hat man insgesamt den Operator :12 angewendet. Gibt es auch andere Möglichkeiten, eine Torte in 12 gleich große Stücke zu zerlegen? Man läßt dazu die Schüler am besten selbst Kreise zerlegen. Sie *erforschen* damit das Phänomen. So finden sie z.B., daß man auch anders vorgehen kann: Man halbiert, teilt die Hälften in 3 Teile und halbiert dann wieder; also wendet man nacheinander an: :2, :3, :2. Auch :3, :2, :2 ist eine Möglichkeit.

Die gewonnenen Einsichten werden auf neue Situationen übertragen. Die Schüler können *rational handeln.* Es werden z.B. Teilungen in 8 Stücke, in 16 Stücke vorgenommen. Bei 14 Stücken treten Schwierigkeiten auf. Man müßte durch 7 teilen können. Das ist bei Tortenstücken nach Augenmaß nicht möglich. Man nimmt dann den Tortenteiler.

Wie aber hat man den Tortenteiler für 14 Stücke gebaut? Die Problemstellung, einen Kreis in 14 gleich große Teile zu zerlegen, setzt erneut Beobachten, Beschreiben, Erklären und Erforschen in Gang. Es wird gefunden: Man kann einen Kreis in 14 gleich große Teile zerlegen, indem man den Vollwinkel von 360° durch 14 teilt. Das ergibt einen Winkel von etwa 260. Man kann also mit dem Winkelmesser (Geo-Dreieck) die Teilung vornehmen. Die Schüler haben damit eine Lösung des Problems gefunden. Sie sind jetzt in der Lage, jede beliebige Teilung durchzuführen und können zwischen unterschiedlichen Techniken die zweckmäßigste wählen. Ja sie werden angeregt, selbst neue Techniken zu entwickeln. Sie können also *kreativ* werden.

Das Beispiel zeigt, daß alle Aspekte angesprochen werden können, zugleich wird deutlich, daß die einzelnen Aspekte aufeinander bezogen sind. Man wird sie also im Unterricht nicht „nacheinander abarbeiten“, sondern in einem Wechselspiel für den Problemlöseprozeß fruchtbar machen.

9. Umwelterschließung im Mathematikunterricht

Wenn wir von Erforschung der Umwelt sprechen, dann klingt das sehr anspruchsvoll. Forschung ist aber auf vielen verschiedenen Niveaus möglich. Wenn das Kind einen Plastilinwürfel durchschneidet und die möglichen Schnittflächen studiert, ist das ebenso ein Forschen wie das Experimentieren des älteren Schülers mit Schublehre und Waage.

Wichtiger als das Werkzeug ist die Haltung, die das Verhalten prägt. Forschung kann sich also auf verschiedenen formalen Niveaus abspielen. Dies gilt auch für alle von uns angesprochenen Aktivitäten. Es ist eine grundlegende pädagogische Einsicht, daß intellektuell ehrliches und fruchtbares Tun auf allen Niveaus möglich ist. Diese Einsicht ist bisher im Mathematikunterricht anscheinend noch nicht sehr verbreitet. Grundschulkindern werden Einsichten vorenthalten, weil sie das angeblich noch nicht verstehen können, und bei Hauptschülern schiebt man es auf die mangelnde Begabung. „Verstehen des

Verstehbaren ist indes ein Menschenrecht“ (WAGENSCHEIN). Dies stellt auch für den Mathematiklehrer ständig eine Herausforderung dar.

Wir hatten oben gesehen, daß in vielen Bereichen Mathematik zur Umwelterschließung benutzt wird. Durch den formalen Charakter der Mathematik ist es möglich, sie als ein relativ universelles Werkzeug zu benutzen. Es liegt eine Verführung für den Mathematikunterricht darin, den Schülern dieses Werkzeug allgemein, losgelöst von der Realität, zu vermitteln und dafür zu sorgen, daß sie es formal beherrschen. Man überläßt es dabei anderen Fächern, die Mathematik anzuwenden. Der Mathematikunterricht ist dann weitgehend theoretisch und stellt Verfahren bereit. Die Folge davon ist, daß Mathematik für viele Menschen lebensfern, steril und uninteressant wirkt. Im Bemühen um Umwelterschließung durch den Mathematikunterricht kann der Mathematikunterricht seine Sterilität und für viele Menschen vielleicht auch seine Schrekken verlieren. Damit soll allerdings nicht gesagt sein, daß sich der Mathematikunterricht in dieser Funktion erschöpft.

Literaturhinweise

Maier, H., Methodik des Mathematikunterrichts 1-9, Donauwörth 1974

Schwartze, H., A. Fricke, Grundriß des mathematischen Unterrichts, Bochum 1983

Strehl, R., Grundprobleme des Sachrechnens, Freiburg 1979

Vollrath, H.-J., (Hrsg.), Sachrechnen, Stuttgart 1980

Vollrath, H.-J. (Hrsg.), Geometrie, Stuttgart 1982

Vollrath , H.-J.(Hrsg.), Zahlbereiche, Stuttgart 1983

Wagenschein, M., Ursprüngliches Verstehen und exaktes Denken 1, II, Stuttgart 1970.

Winter, H., Vorstellungen zur Entwicklung von Curricula für den Mathematikunterricht in der Gesamtschule, in: Beiträge zum Lernzielproblem, Schriftenreihe des Kultusministeriums NRW, Heft 16, Düsseldorf 1972