

29. Schülerversuche zum Funktionsbegriff

Der Mathematikunterricht 24 Heft 4 (1978), 90-101.

1. Schlußrechnen und Funktionsbegriff

Das Sachrechnen im Mathematikunterricht der Hauptschule ist nach wie vor stark geprägt von Aufgaben zu proportionalen Zuordnungen. Das ist gerechtfertigt, denn es handelt sich dabei um einen Aufgabentyp, der im täglichen Leben häufig vorkommt und der mit relativ elementaren mathematischen Mitteln zu lösen ist.

Seit dem 16. Jahrhundert wurde dieser Aufgabentyp mit Hilfe des Dreisatzschemas als „Regeldetri“ behandelt (zur Geschichte s. UNGER 1888). Die später eingeführte Bezeichnung Schlußrechnung spiegelte die Auffassung wider, daß der Übergang von einer Zeile zur nächsten im Dreisatzschema einen logischen Schluß darstellte. Man erwartete daher, daß die Schlußrechnung das logische Denken fördere (LIETZMANN) oder daß durch eine Schulung des logischen Denkens die Leistungen in der Schlußrechnung verbessert werden könnten (SMITH 1968). Die Analyse von KIRSCH (1969) zeigte, daß es sich bei den Schritten der Schlußrechnung nicht um logische Schlüsse handelt. Deshalb ist es auch nicht verwunderlich, daß SMITH in seiner empirischen Untersuchung, in der er der Schlußrechnung einen Kurs in Mengenlehre und Logik vorschaltete, keinen signifikanten Unterschied zu einer ohne Vorkurs unterrichteten Kontrollgruppe feststellen konnte.

Im Mathematikunterricht ist das Schema der Schlußrechnung heute weitgehend abgelöst worden von Arbeitsweisen, die systematisch Eigenschaften der zugrunde liegenden Funktionen benutzen (GLATFELD 1972, KIRSCH 1969, WINTER 1972a). Man verwendet z. B. Wertetabellen, die schrittweise ausgefüllt werden. Dabei stützt man sich auf Funktionseigenschaften wie „zum r-fachen gehört das r-fache“, die besonders einfache Rechnungen gestatten. Damit wird sowohl die klassische Regeldetri als auch die seit dem 17. Jahrhundert verbreitete „welsche Praktik“ tradiert, bei der man z. B. von der Additionstreue

proportionaler Funktionen Gebrauch machte.

Schließlich arbeitet man auch mit graphischen Lösungsverfahren, wie sie bereits von KLEIN vorgeschlagen worden waren, um Verfahren der praktischen Mathematik zu ihrem Recht zu verhelfen.

Diese Betonung des Funktionsaspekts hat der Schlußrechnung wesentliche Impulse gegeben. Sie kann damit als Propädeutik der Funktionenlehre dienen (RUTH 1957) und trägt dazu bei, auch im Mathematikunterricht der Hauptschule den Funktionsbegriff zum Leitbegriff im Sinne FELIX KLEINS werden zu lassen.

Darüber hinaus war man in den letzten Jahren bemüht, das Sachrechnen aus der engen Bindung an Proportionalitäten und Antiproportionalitäten zu lösen, indem auch andere Funktionstypen betrachtet wurden (z.B. affine Funktionen, Treppenfunktionen, stückweise lineare bzw. stückweise affine Funktionen). Damit hat man einerseits Lebensnähe gewonnen, andererseits ist damit der Vorrat von Aufgabenstrukturen vergrößert worden, so daß es jetzt notwendig ist, vor dem Ansetzen des Lösungsverfahrens die mathematische Struktur der Situation zu analysieren.

Der Bezug des Mathematikunterrichts zur Wirklichkeit läßt sich noch weiter intensivieren, wenn man die Schüler die im Sachrechnen auftretenden Funktionen aus Experimenten gewinnen läßt.

Bei der Behandlung des Sachrechnens treten im Mathematikunterricht im wesentlichen folgende Größen auf: Geldwerte, Zeiten, Längen, Flächeninhalte, Rauminhalte, Gewichte und Temperaturen. Ihr Verständnis gründet sich auf Erfahrungen aus dem Grundschulunterricht und aus dem täglichen Leben. Während diese Größen zunächst unabhängig voneinander behandelt werden, beginnt man etwa ab Klasse 6 Zuordnungen zwischen solchen Größen zu betrachten (GLATFELD 1972). Sie beruhen in der Regel auf einem gegebenen Sachzusammenhang: Der bei einer Bewegung in der Zeit zurückgelegte Weg (*Zeit* $\rightarrow$ *Weg*), die der Länge zugeordnete Breite bei Rechtecken gleichen

Flächeninhalts (*Länge* → *Breite*), das beim Verladen von Kies dem Rauminhalt zugeordnete Gewicht (*Volumen* → *Gewicht*) usw. Im Physikunterricht werden solche Zusammenhänge systematisch in Versuchen behandelt und dienen der Bildung neuer Begriffe wie Geschwindigkeit, Dichte usw. Dabei erfährt der Schüler die Bedeutung der Funktionen bei der Beschreibung eines Zusammenhangs zwischen Größen, indem er selbst die Veränderung der Variablen erlebt. Im Mathematikunterricht steht heute bei der Behandlung von Funktionen das Einsetzen von Objektnamen für Platzhalter im Vordergrund, während die Vorstellung des Sichveränderns in den Hintergrund getreten ist. Damit besteht die Gefahr einer Verengung des Funktionsbegriffs im Hinblick auf die Anwendungen (FREUDENTHAL). Es erscheint daher erwägenswert, das Sachrechnen im Mathematikunterricht durch Schülerexperimente zu vertiefen, bei denen die Schüler die Zusammenhänge zwischen Größen direkt erfahren. Daß diese Möglichkeiten gesehen werden, zeigen Aufgabenformulierungen in Lehrbüchern, z.B. „Peter hat für eine Schraubenfeder die Verlängerung bei verschiedenen Größen gemessen und hierfür eine Zuordnungstafel aufgestellt ...“ (*Mathematik heute*, 7, S.95), oder: „Miß 1 Stunde lang alle 5 min die Länge einer brennenden Kerze. Stelle die Zuordnung Brennzeit Kerzenlänge in einem Achsenkreuz dar.“ (*GAMMA 7C*, S.27). Es ist das Ziel dieser Arbeit, Argumente für und gegen Schülerversuche im Mathematikunterricht gegeneinander abzuwägen und über Unterrichtserfahrungen mit solchen Versuchen zu berichten.

2. Schülerversuche im Mathematikunterricht

Für den Physikunterricht ist die Frage von Schülerübungen lange diskutiert worden (HAHN und TÖPFER 1962, 1963). Seit Ende des 19. Jahrhunderts gibt es Bestrebungen, Schülerübungen im Physikunterricht zu veranstalten. Es wurden vielfältige Formen erprobt. Die Unterrichtserfahrungen haben sich inzwischen in Sammlungen von Arbeitsmaterialien niedergeschlagen. Durch empirische Untersuchungen von WELTNER und WARNKROSS (1969) sowie

CORELL und seinen Mitarbeitern (1969) wird der Schluß nahegelegt, daß Schülerübungen wohl für den unmittelbaren Unterrichtserfolg hinsichtlich Wissen und Transfer keine signifikant besseren Ergebnisse erzielen, daß aber beim Behalten und hinsichtlich affektiver Komponenten die Schülerübungen dem Demonstrationsexperiment und dem theoretischen Unterricht deutlich überlegen sind (HEUER 1972). Es besteht also die Vermutung, daß auch im Mathematikunterricht durch Experimente zum Funktionsbegriff die Schüler zum Arbeiten mit Funktionen besser motiviert werden können als durch rein rechnerische Behandlung und daß sich dadurch die Arbeitsweisen besser einprägen.

In der Schlußrechnung werden zahlreiche Probleme behandelt, die erst nach Idealisierung auf der Grundlage von Proportionalitäten behandelt werden können.

Beispiele:

„Mit 20 Platten wird eine Fläche von $1,8 \text{ m}^2$ ausgelegt. Wie groß ist eine Fläche, die von 30 dieser Platten ausgelegt werden kann?“

„Aus einem Brunnenrohr fließen in 2 min 10 l Wasser. Wie lange dauert es, bis ein Becken von 350 l gefüllt ist?“

„Eine 5 m^3 -Ladung Kies wiegt 10 t. Wieviel m^3 Kies wird bei einer Ladung von 1,5 t transportiert?“

In diesen Beispielen geht man von idealen Bedingungen aus: Alle Platten sind gleich groß, die Strömungsgeschwindigkeit des Wassers ist konstant, der Kies hat eine konstante Dichte usw. Darüber hinaus suggerieren die Zahlenangaben fehlerfreie Meßergebnisse. Aber gerade beim Umgang mit Daten, die durch Messungen gewonnen worden sind, sollten Fehlerbetrachtungen angestellt werden (FRICKE 1969). Das Problem der Fehler sollten die Schüler beim eigenen Experimentieren erfahren. Gleichzeitig sollte gezeigt werden, wie man aus den mit Fehlern behafteten Meßpunkten zum Graphen der zugrundeliegenden idealisierten Funktion gelangen kann. Hier erfahren die Schüler einen wichtigen Typ des Mathematisierens aus einer realen Situation heraus. Sie

können das Entstehen von Mathematik selbst erleben, so daß man damit dem genetischen Prinzip (WITTMANN 1974) gerecht werden kann.

Wenn man diese Aufgaben lediglich theoretisch mit Tabelle und graphischer Darstellung behandelt, dann ergeben sich bei den Punkten Abweichungen vom Graphen der Funktion allenfalls durch die Ungenauigkeit beim Zeichnen. Es besteht dann die Gefahr, daß die Schüler das eigentliche Problem des Mathematisierens gar nicht erfassen, denn sie bewegen sich in einer idealen Welt von fiktiven Anwendungen.

Es erscheint daher notwendig, die Schüler wenigstens an einigen Stellen diese Probleme erfahren zu lassen. Damit ist natürlich nicht gemeint, daß bei jeder Aufgabe der Schlußrechnung ausführlich alle Voraussetzungen genannt werden sollen, die beim Lösen der Aufgabe mit Hilfe von Eigenschaften der Proportionalität gemacht werden. Das wäre ähnlich verfehlt wie das ständige Anführen von Grundmenge und Definitionsmenge beim Lösen von Gleichungen.

Andererseits scheint mir das Fehlen jeglicher experimenteller Erfahrungen im Mathematikunterricht unbefriedigend zu sein. Denn da sich viele Beispiele aus dem Schlußrechnen auf empirische Zusammenhänge beziehen, ist es eine Frage der intellektuellen Ehrlichkeit, den Schülern nicht nur die idealisierten Gedankenexperimente vorzustellen. Innermathematisch kann man durch Schülerversuche experimentelle Zugänge zu wichtigen Zusammenhängen gewinnen. Besonders für die Hauptschule ist hier an die bekannten Verfahren zur Bestimmung von π zu denken. Die Schüler können z. B. durch Messungen an Dosen feststellen, daß die Zuordnung *Durchmesser* $\rightarrow$ *Umfang* proportional ist. Dabei sollte dem Erfassen der Proportionalität mehr Gewicht zugemessen werden als der Bestimmung von π (BESUDEN 1965). Aus dem Graphen kann man dann einen Näherungswert für π bestimmen (BREIDENBACH 1966¹¹). Man gewinnt damit für die Hauptschule einen experimentellen Zugang zur Kreisberechnung, der intellektuell ehrlich und gleichzeitig mathematisch tragfähig ist, ohne die Schüler zu überfordern. Schließlich können sich die Schüler beim Experimen-

tieren eine Reihe wichtiger Arbeitstechniken aneignen, die sich zwangsläufig ergeben und die transferierbar sind. Datenmaterial ist in Tabellen übersichtlich darzustellen, die Lage eines Achsenkreuzes auf dem Millimeterpapier ist zweckmäßig zu wählen, die Einheiten sind geschickt festzusetzen, und die Meßwerte sind korrekt einzutragen. Zu den Meßpunkten ist eine geeignete Linie als Graph der zugrundeliegenden Funktion zu bestimmen. Das Experiment erleichtert schließlich die kritische Analyse der gefundenen Daten, da sie sich jederzeit kontrollieren lassen.

Die hier angesprochenen Ziele sind weithin für den Mathematikunterricht der Sekundarstufe 1 anerkannt (WINTER 1972b). Für den Bereich der Hauptschule mag es ein weiteres wichtiges Argument sein, daß von vielen dieser Zuordnungen im täglichen Leben explizit Gebrauch gemacht wird, z.B. wenn man den Flächeninhalt von Plexiglas durch Wiegen oder Rauminhalte durch Höhenmessungen bestimmt.

Der schwerwiegendste Einwand gegen derartige Schülerexperimente im Mathematikunterricht scheint mir zu sein, daß man damit nicht eine typisch mathematische Arbeitsweise einführt, sondern eher eine für Anwender typische. Damit könnte man argumentieren, daß es zweckmäßiger sei, solche Übungen z.B. dem Physikunterricht zuzuweisen. Mir scheint dieser Einwand nur vordergründig zu sein, denn einerseits ist es wichtig, Mathematik mit ihren Anwendungsgebieten zu verbinden. Andererseits tragen gerade Anwendungen im Mathematikunterricht erheblich zur Motivation der Schüler bei. Schließlich werden im Mathematikunterricht lange Zeit physikalische Größen benutzt, ehe sie im Physikunterricht behandelt werden.

Freilich wäre es verfehlt, im Mathematikunterricht typische physikalische Experimente durchzuführen, bei denen der physikalischen Begriffsbildung vorgegriffen wird. Aus diesem Grunde halte ich Versuche zu Bewegungen, zu Wichten, zum Ohmschen Gesetz, zum Hooke'schen Gesetz, usw. nicht für geeignet. Man sollte sich stattdessen auf solche Versuche beschränken, in denen die im Mathematikunterricht behandelten Größen direkt erfahren und

durch einfache Messungen in Versuchen miteinander verbunden werden. Natürlich kann man auch Einwände wegen des Zeitaufwandes erheben, doch handelt es sich dabei letztlich um die Frage, welcher Wert im Mathematikunterricht der Eigentätigkeit der Schüler beizumessen ist.

Schließlich könnte man gegen die Schülerübungen einwenden, es fehle Experimentiermaterial. Dem kann man dadurch begegnen, daß man sich auf Versuche mit einfachen Geräten beschränkt, die in der Schule vorhanden sind oder ohne große Kosten beschafft werden können.

Man wird vielleicht die im folgenden vorgeschlagenen Versuche als zu einfach empfinden. Andererseits kann man durch Problemfragen, die die Versuche vertiefen, durchaus das Niveau anheben. Unsere Unterrichtserfahrungen haben in keinem Fall den Eindruck entstehen lassen, die Schüler seien mit den Versuchen unterfordert gewesen.

3. Beschreibung von Schülerversuchen

Im folgenden wird eine Sammlung von Schülerversuchen vorgestellt, die nur solche Größen miteinander verbinden, die ohnehin im Sachrechnen des Mathematikunterrichts im 7. Schuljahr behandelt werden und Sachsituationen aus dem täglichen Leben entsprechen.

(1) *Rauminhalt eines Wassertropfens*

Man läßt aus einem Wasserhahn in einen Meßzylinder tropfen und mißt den Rauminhalt des Wassers in Abhängigkeit von der Anzahl der Tropfen; Fig. 1 zeigt das Ergebnis eines Versuches.

Er kann dazu dienen, das direkt kaum meßbare Volumen eines Wassertropfens zu bestimmen. In unserem Fall ergibt sich für einen Wassertropfen ein Volumen von $0,08 \text{ cm}^3$. Einfache Varianten ergeben sich bei der Bestimmung der Zuordnungen *Tropfenzahl* $\rightarrow$ *Zeit* (Fig. 2), *Zeit* $\rightarrow$ *Volumen* des ausgelaufenen Wassers.

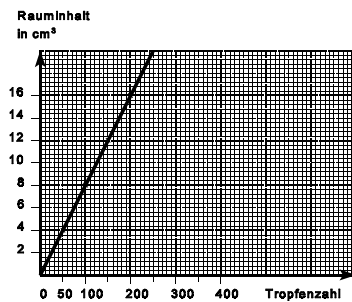


Fig. 1

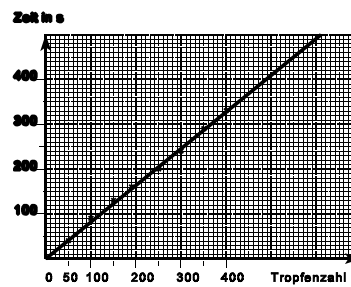


Fig. 2

Bei der Bestimmung des Graphen diskutiert man mit den Schülern die Frage, ob es sinnvoll ist, die Punkte durch eine Gerade zu verbinden (Interpolation).

(2) Schwingungen eines Pendels

Es wird die Zuordnung *Schwingungszahl* $\rightarrow$ *Zeit* untersucht. Ein Pendel kann man sich aus einem Faden und z.B. einer Mutter leicht herstellen. Es empfiehlt sich eine Stoppuhr als Zeitmesser. Fig. 3 zeigt ein Versuchsergebnis.

Auffällig ist, daß die Amplitude (Schwingungsweite) abnimmt, daß aber die Schwingungsdauer konstant bleibt. Auf die Bestimmung der Zuordnung *Pendellänge* $\rightarrow$ *Schwingungsdauer* wird verzichtet, da es sich hier um eine im Physikunterricht behandelte Zuordnung handelt, die bekanntlich auch nicht proportional ist.

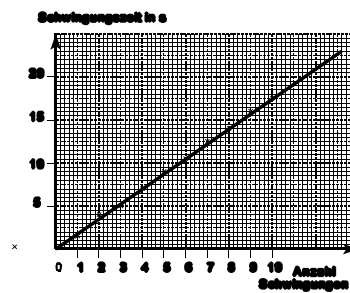
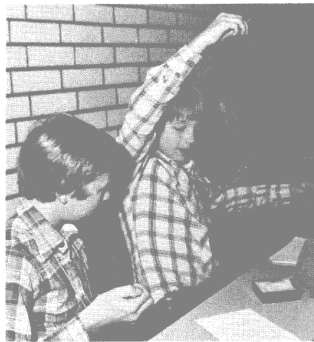


Fig. 3

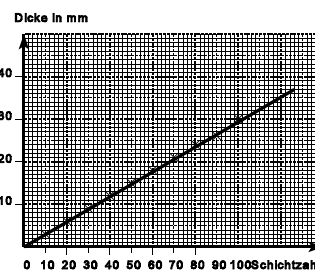


Fig. 4

(3) Schichtenzählung durch Dickenmessung

Eine Reihe von Platten gleicher Dicke wird zusammengelegt. Es wird jeweils die Dicke gemessen.

Die Zuordnung Anzahl der Schichten Plattendicke ist in Fig. 4 dargestellt worden. Dieser Zuordnungstyp wird in der Schlußrechnung häufig angesprochen. In der Praxis benutzt man die Technik der Dickenmessung zur Bestimmung der Schichtenzahl.

Es wird deshalb auch eine aus diesen Schichten verleimte Platte vorgelegt, deren Dicke gemessen werden soll, um damit die Schichtenzahl zu bestimmen. Für die Dickenmessung genügt ein Geodreieck, besser ist eine Schublehre. Erhebliche Abweichungen einzelner Meßpunkte von einer Geraden können dadurch entstehen, daß einzelne Platten eine andere Dicke haben. Man kann damit die graphische Darstellung benutzen, um festzustellen, ob die Schichten gleich dick sind.

(4) Nägel wiegen

Gleichartige Nägel von 12 cm Länge werden mit einer Briefwaage gewogen. Die Zuordnung Anzahl Gewicht ist in Fig. 5 dargestellt. Hier ergibt sich das Problem, wie sich die auffälligen Abweichungen von der Halbgeraden deuten lassen. (Ungleichmäßigkeit der Nägel).

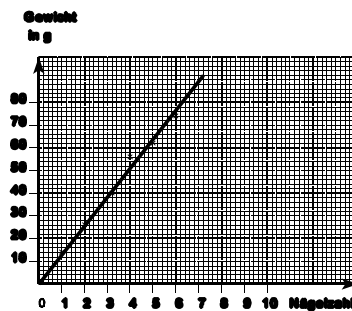
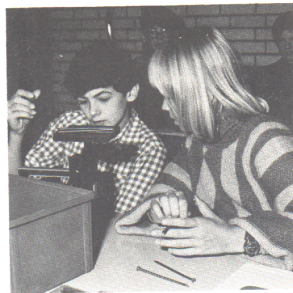


Fig. 5

Es wird dann eine Packung Nägel gegeben, bei der die Schüler aus dem Gewicht die Anzahl bestimmen sollen, ohne auszuwickeln. In der Praxis werden Nägel nach Gewicht gekauft. Geldrollen werden gewogen, um damit die Anzahl der Münzen zu kontrollieren.

In den bisher geschilderten Versuchen ist der Graph immer nur eine Punktreihe. Man wird darauf eingehen, was es bedeutet, eine Halbgerade zu zeichnen, von der die Punkte insgesamt möglichst wenig abweichen. Das Interpolationsproblem und das Extrapolationsproblem ergeben sich zwangsläufig und führen zur Diskussion von Definitions- und Wertebereich der Funktion. In den folgenden Versuchen ist Interpolation immer sinnvoll.

(5) *Bestimmung von π durch Ausmessen von Dosen*

Ein Satz von Konservendosen und ein Meßband werden dazu benutzt, um Dosenumfang und Dosendurchmesser zu bestimmen. Das Ergebnis zeigt Fig. 6.

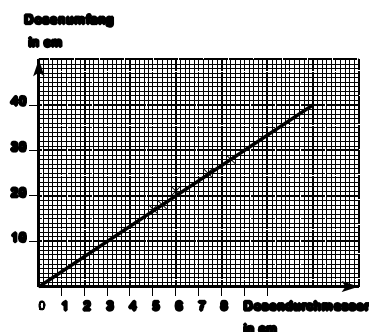


Fig. 6

Man kann dieses Experiment als Vorarbeit für die Kreisberechnung bereits in Klasse 7 behandeln oder auf Klasse 8 verschieben. In jedem Fall wirkt es auf die Schüler stark motivierend, wenn sie in dieser Weise die Proportionalität zwischen Umfang und Durchmesser erfahren. Aus der graphischen Darstellung läßt sich dann ein Näherungswert für π bestimmen (in unserem Beispiel: $\pi \approx 3$).

(6) Gewicht von Kabelstücken

In der Praxis werden Kabellängen, Seillängen usw. häufig durch Gewichtsmessungen ermittelt. Man kann Kabelstücke gleichen Querschnittes mit verschiedenen Längen wiegen lassen. Die Zuordnung *Länge* $\rightarrow$ *Gewicht* ist in Fig. 7 dargestellt. Auch hier ist es wichtig, das Abweichen der Meßpunkte von der Geraden zu diskutieren. Eine interessante Problemstellung zur Vertiefung: Es wird ein Kabel mit angeschraubter Klemme vorgelegt. Die Schüler sollen nun das Gewicht der Klemme bestimmen, ohne sie abzuschrauben.

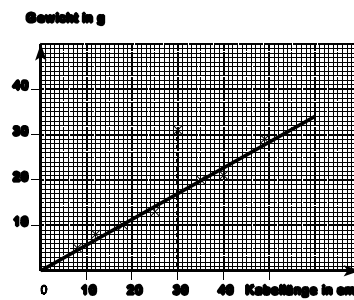


Fig. 7

(7) Flächenmessung durch Wiegen

Rechteckige Pappstücke gleicher Dicke und gleichen Materials werden gewogen. Durch Messen von Länge und Breite kann man die Flächeninhalte bestimmen.

Die Zuordnung *Flächeninhalt* $\rightarrow$ *Gewicht* ist in Fig. 8 dargestellt. Es werden nun krummlinig begrenzte Flächenstücke vorgegeben. Ihren Flächeninhalt kann man aus dem Schaubild ermitteln, wenn man das Gewicht bestimmt hat. In der Praxis tritt dies Verfahren bei der Flächenmessung krummlinig begrenzter Flächen durch Wiegen auf.

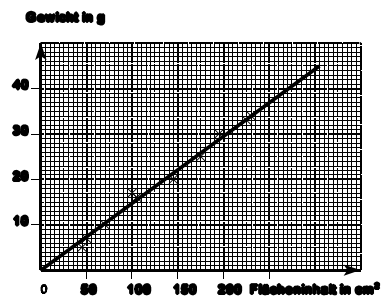


Fig. 8

(8) Messen der Gewindesteigung

Bei einer Schraube wird der Abstand d zwischen Mutter und Schraubenkopf bestimmt (Fig. 9, obere Schraube). Die Zuordnung *Umdrehungszahl* $\rightarrow$ *Weglänge* d ist eine Proportionalität.

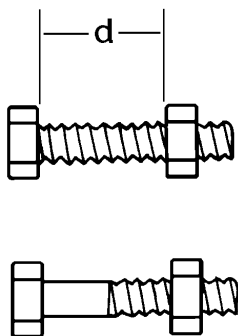


Fig. 9

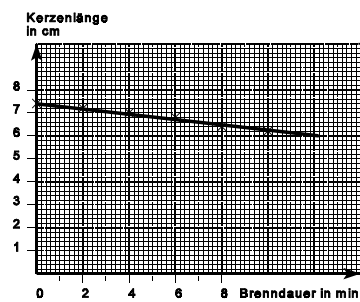


Fig. 10

Man kann sie benutzen, um die Gewindesteigung zu bestimmen, das ist der bei einer Umdrehung zurückgelegte Weg.

In unseren Versuchen haben wir mit einer Schraube gearbeitet, bei der zunächst ein Stück ohne Gewinde gegeben ist (untere Schraube in Fig. 9). Die Zuordnung ist dann natürlich keine Proportionalität mehr, sondern eine lineare Zuordnung, bei der die zugehörige Gerade nicht durch den Nullpunkt geht (Fig. 10). Man kann aus ihr ablesen, wie lang das gewindelose Stück ist. Bei der Schraube unseres Experiments beträgt die Gewindesteigung 1 mm, das gewindelose Stück ist 16 mm lang.

Wir haben dieses Beispiel gewählt, um die Schüler nicht auf proportionale Zuordnungen zu fixieren. Dieser Absicht dient auch der nächste Versuch.

(9) Längenänderung einer brennenden Kerze

Man läßt eine Kerze brennen und mißt die Länge in Abhängigkeit von der Zeit. Hier sind Fragen interessant wie: Wie lange hatte die Kerze bereits gebrannt, wenn sie neu 12 cm lang war? Wann wird die Kerze ganz abgebrannt sein?

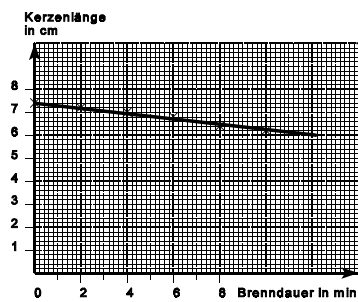


Fig. 11

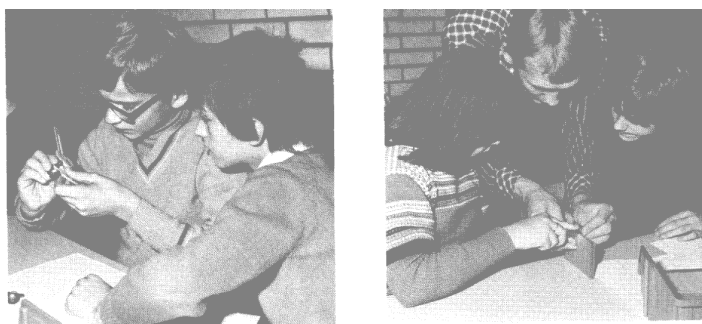
Beide Probleme lassen sich in eine Kriminalgeschichte spannend verpacken. Man kann den Versuch variieren, indem man die Gewichtsabnahme einer brennenden Kerze untersucht. Dazu stellt man eine brennende Kerze auf eine Waage und mißt die Gewichtsabnahme. Diese Versuchsanordnung ist etwas kipplig. Deswegen haben wir in unserem Schulversuch auf diese Variante verzichtet. Andererseits dürfte es auf Schüler doch sehr eindrucksvoll wirken, wenn sie sehen, wie das Gewicht der Kerze abnimmt.

4. Unterrichtserfahrungen

Die Experimente wurden in vier Klassen des siebenten Schülerjahrgangs im Frühjahr 1977 und im Herbst 1977 in zwei Hauptschulen in Unterfranken (Lohr, Margetshöchheim) erprobt. Es waren Klassen des A-Kurses und des B-Kurses beteiligt. Ich möchte hier über den Unterrichtsablauf in einem A-Kurs mit 16 Schülern in Margetshöchheim berichten.

Die Schüler erhielten eine Einführungsstunde in graphische Darstellungen am Achsenkreuz. Es wurde ihnen gezeigt, wie man Werte aus einer Tabelle in ein Achsenkreuz auf Karogitter oder auf Millimeterpapier eintragen kann.

Sie wurden auf folgende Schritte aufmerksam gemacht: Zeichnen des Achsenkreuzes, Benennen der Achsen, Beschriften der Achsen, Skaleneinteilung auf den Achsen wählen, Eintragen der Wertepaare und Verbinden der Punkte durch eine Linie, wenn das sinnvoll ist.



Die Doppelstunde des Unterrichtsversuchs begann mit einer kurzen Wiederholung am Tageslichtprojektor. Dann wurden die Versuchsanordnungen in Plastikkästen an Gruppen von je zwei Schülern verteilt. Jede Gruppe arbeitete an einem anderen Versuch. Arbeitsanweisungen lagen in Form von Arbeitskarten vor. Die Schüler führten die Experimente selbständig durch.

Sie folgten den Anleitungen der Arbeitskarten und legten eine Tabelle an, dann

begannen die Messungen. Dabei zeigten sich zunächst Schwierigkeiten in der Handhabung der Meßgeräte (Briefwaage, Schublehre, Stoppuhr). Hier waren teilweise Hilfen nötig. Dann waren aber die Schüler mit großem Eifer dabei, möglichst genau zu messen. Wiederholt kontrollierten sie ihre Messungen gegenseitig. Die Ergebnisse wurden in die Tabelle eingetragen. Zur Durchführung der Messungen wurden etwa 20 min benötigt. Danach wurde das Achsenkreuz gezeichnet, die Werte wurden eingetragen. Dabei zeigten sich die bekannten Fehler: Achsen wurden ungeschickt gelegt, sie wurden nicht in der verlangten Reihenfolge beschriftet, Einheiten wurden ungeschickt gewählt, Werte wurden in der falschen Reihenfolge eingetragen, Punkte wurden durch eine „Fieberkurve“ verbunden. Diese Fehler konnten im Gespräch geklärt und meist schnell selbständig korrigiert werden. Dabei zeigte es sich, daß die Sachsituation das Erkennen der Fehler förderte und zur Beseitigung der Fehler motivierte.

Die am Ende der Arbeitskarten gestellten Probleme wurden bei allen Versuchen beantwortet. Dabei bezogen sich die Schüler auf die Tabelle, oder sie rechneten nach der Schlußrechnung über die Einheit. Meist nur mit Hilfe des Lehrers fanden sie die Lösung an der graphischen Darstellung.

Die Versuche wurden in der zweiten Stunde besprochen. Einzelne Schüler berichteten von der Arbeit ihrer Gruppe. Das Ergebnis wurde diskutiert, wenn nötig korrigiert. Die Diskussion wurde vom Klassenlehrer, Herrn FISCHER, geleitet. Er versuchte insbesondere, auf die graphischen Lösungen der Probleme hinzuweisen.

Bei der Beschreibung des Versuches mit dem Wiegen von Kabelstücken sollte z. B. angegeben werden, wie man an der graphischen Darstellung das Gewicht der Schelle bestimmen kann. Ein Schüler bemerkte: „Des wo raussteht ist das Gewicht der Schelle!“ (Abb. 12).

In den anderen Klassen wurde teilweise mit größeren Gruppen (bis 4 Schüler) und teilweise mit Experimenten in mehrfacher Ausführung gearbeitet. Als besonders günstig ist wohl die Zweiergruppe zu betrachten, weil hier jeder

genug zu tun hat und gleichzeitig gemeinsam Lösungen gefunden werden können.

Das Arbeiten mit einer geringen Zahl von Versuchen hat den Vorteil, daß dann die Besprechungsphase der Versuche vor der ganzen Klasse kürzer wird, so daß die Schüler nicht so leicht ermüden. Andererseits erscheint es sinnvoll, eine solche Berichts- und Diskussionsphase einzuplanen, da man auf diese Weise in verhältnismäßig kurzer Zeit auf Fehler und Schwierigkeiten hinweisen kann. Außerdem läßt sich auf natürliche Weise vertieftes Wissen vermitteln.

In der Diskussion mit den Lehrkräften ging es insbesondere um das Problem, ob es günstiger sei, das Anfertigen von graphischen Darstellungen vorher theoretisch zu üben, um so Fehler bei der Auswertung der Experimente zu vermeiden, oder ob man das Auftreten der Fehler bei den Experimenten dazu benutzen soll, aus der Situation heraus zu korrigieren. Die nach dem Prinzip der Isolation der Schwierigkeiten vorgesehene Übungsphase wurde von den Lehrern für günstiger gehalten.

Das Experimentieren wird von den Lehrern begrüßt. Eine ganze Reihe weiterer Lehrer hat sich durch die Versuche anregen lassen, ähnliches zu erproben. Offensichtlich überzeugen die Schülerexperimente von der Sache her. Ich möchte an dieser Stelle als beteiligten Lehren den Herren FISCHER, GEYER, POLLAK und STOLZ sowie der Praktikantin Fräulein BOBROWITZ herzlich für ihre Hilfe danken.

Literatur

BESUDEN, H.: Kreisberechnung in der Volksschule. West. Päd. Beiträge 11 (1965) 33-36.

BREIDENBACH, W.: Raumlehre in der Volksschule. Hannover: 196611

CORRELL, W., DECHERT, H. W., SCHWARZE, H.: Die Bedeutung des Schülerexperiments für den Lernerfolg im Physikunterricht. Aula (1969) 258.

FREUDENTHAL, H.: Mathematik als pädagogische Aufgabe 2. Stuttgart: 1973.

FRICKE, A.: Angewandte Mathematik in der Hauptschule. In: E. MEYER (Hrsg.), Mathematik in

der Hauptschule 1,84-110. Stuttgart: 1969.

Glatfeld, M.: Zum Funktionsbegriff im Mathematikunterricht der Hauptschule. In: E. MEYER (Hrsg.), Mathematik in der Hauptschule II, 61-99, Stuttgart: 1972.

HAHN, K., TÖPFER, E.: Methodik des physikalischen Unterrichts, I, II. Heidelberg: 1962, 1963.

HEUER, D.: Der Lernerfolg durch physikalische Experimente im Unterricht. Die Deutsche Schule 64 (1972) 398-408.

KIRSCH, A.: Eine Analyse der sogenannten Schlußrechnung. MPSB 16 (1969) 41-55.

LIETZMANN, W.: Methodik des mathematischen Unterrichts II. 1953.

LIETZMANN, W.: Stoff und Methode des Rechenunterrichts in Deutschland. Berlin: 1912.

RUTH, W.: Dreisatzrechnen als Propädeutik der Funktionenlehre. MU 3, Heft 3 (1957) 75-88.

SMITH, H. K.: The effects of instruction in set theory upon the logical reasoning of seventh grade students and subsequent effects upon their learning to solve percentage problems. Ed. D. Arizona State University. 1968.

UNGER, F.: Die Methodik der praktischen Arithmetik in historischer Entwicklung vom Ausgange des Mittelalters bis auf die Gegenwart. Leipzig: 1888.

WELTNER, K., WARNKROSS, K.: Über den Einfluß von Schülerexperimenten, Demonstrationsunterricht und informierendem Physikunterricht auf Lernerfolg und Einstellung der Schüler. Die Deutsche Schule 61 (1969) 559.

WINTER, H.: Gedanken zur Modernisierung des Sachrechnens in den Klassen 7 bis 10 der Hauptschule. In: E. MEYER (Hrsg.), Mathematik in der Hauptschule II, 99-140, Stuttgart: 1972 a.

WINTER, H.: Vorstellungen zur Entwicklung von Curricula für den Mathematikunterricht in der Gesamtschule. In: Beiträge zum Lernzielproblem. Ratingen: 1972b, 67-95.

WITTMANN, E.: Grundfragen des Mathematikunterrichts. Braunschweig: 1974.