

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

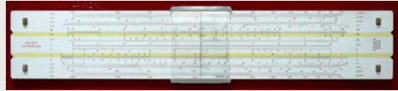
Hans-Georg Weigand, Universität Würzburg

CAS we can, but should we?

Der bayerische Modellversuch M³

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Rechenschieber (ab 17. Jhd.)

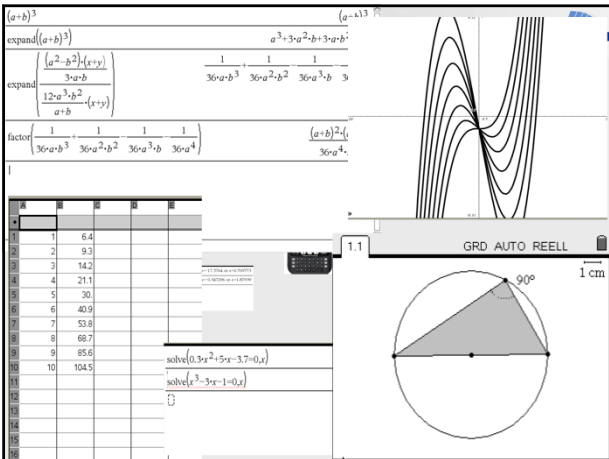


1925 Rechenschieber kommen in die Schulen

Kritik: „Der Rechenschieber ist doch nur ein Rechenknecht zur Mechanisierung der Rechenarbeit“.

aber: „Der Rechenschieber ist eine Vergeistigung des Rechenprozesses.“ (Rohrbach 1929)

1958 Rechenschieber statt Log.tafel in „unteren“ Klassen erlaubt (KMK)



Algebraic operations shown:

- $(a+b)^3$
- expand $(a+b)^3$
- expand $(a^2-b^2)(x+y)$
- factor $\frac{1}{36a^3b^3} \frac{1}{36a^2b^2} \frac{1}{36a^3b} \frac{1}{36a^4}$

Table:

	a	b	c	d
1	1	6.4		
2	2	9.3		
3	3	14.2		
4	4	21.1		
5	5	30		
6	6	40.9		
7	7	53.8		
8	8	68.7		
9	9	85.6		
10	10	104.5		

Geometric diagram: A circle with a right-angled triangle inscribed. The hypotenuse is a chord. A 90° angle is marked at the vertex on the circle. A 1 cm scale bar is shown.

Equations: $\text{solve}(0.3x^2+5x-3.7=0,x)$, $\text{solve}(x^2-3x-1=0,x)$

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Taschenrechner



1972 Erster TR auf dem Markt (HP 35)

1974 Rekordhöhe an verkauften Rechenschiebern

ab 1976 TR im MU (1984/85 SR1 im MU der DDR)

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Empfehlung der KMK von 2009:

In den MINT-Fächern „Computerprogramme (z. B. Tabellenkalkulation, Dynamische Geometrie, Computer-Algebra) sowie Taschenrechner (z. B. mit Graphikfunktion oder CAS) in allen MINT-Fächern verbindlich nutzen“.

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Ziele 1976 ... 78

- ... experimentelle Schüleraktivitäten
- ... entdeckendes Lernen und Problemlösen
- ... eine konkrete numerische Ausgangsbasis für Begriffsbildungen
- ... das wirklichkeitsnahe Behandeln von Anwendungsaufgaben
- ... das Entlasten von kalkülhaften Tätigkeiten,
- ... problemadäquate Übungsphasen

und: Forderungen nach einer „tiefgreifenden Veränderung der Zielsetzungen des Mathematikunterrichts“ (Winkelmann 1978)

UNIVERSITÄT WÜRZBURG
Tests ohne TC

1. Vereinfache die folgenden Terme so weit wie möglich: (10. Klasse)

a) $\frac{2ab - 4a^2}{4a^2} =$

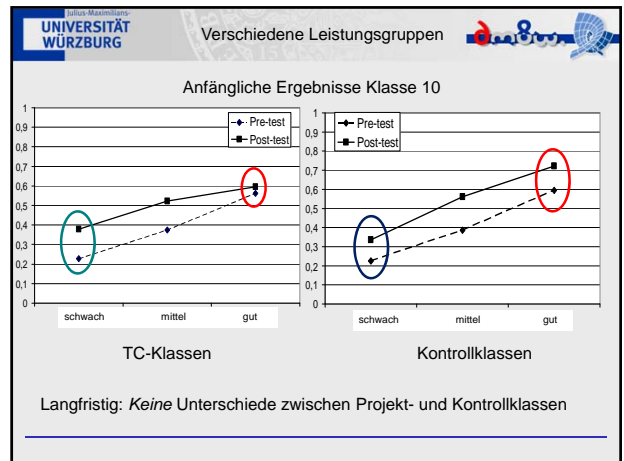
b) $\frac{x^3 - xy^2}{x^3 - x^2y} =$

Eingangstest 11

Aufgabe 1: Vereinfachen Sie jeweils so weit wie möglich.

a) $\frac{a^3 \cdot a^5}{a^2} =$

b) $\sqrt{a^3 \cdot b^5} \cdot \sqrt{a \cdot b} =$



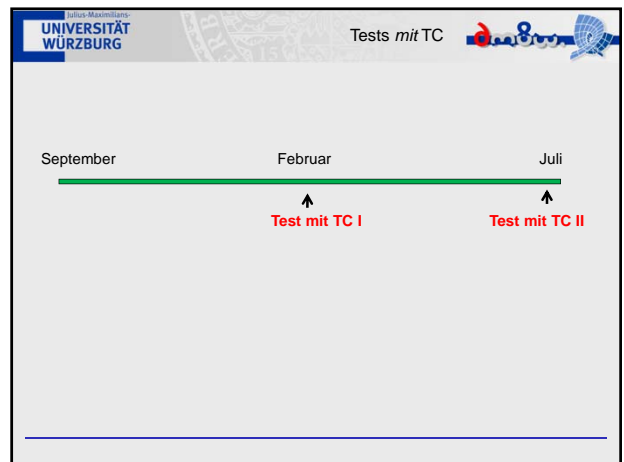
UNIVERSITÄT WÜRZBURG
Tests ohne TC

5. Zu den gezeichneten Parabeln A, B und C gehören die angegebenen Gleichungen. Welche Zahl gehört jeweils in den Kästen?

A : $y = \frac{1}{4}x^2 + \square$

B : $y = \square \cdot x^2 + 2$

C : $y = 2x^2 - 3x + \square$

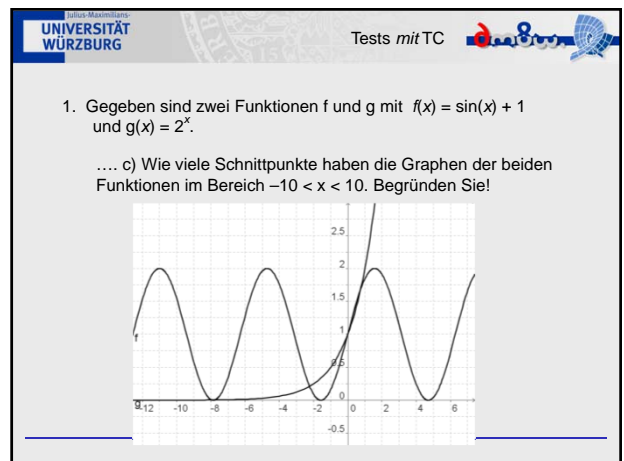


UNIVERSITÄT WÜRZBURG
Ergebnisse - Test ohne TC

- Kein Unterschied bei zentralen „Handrechenfertigkeiten“

Tendenz:

- Bessere Ergebnisse der M³-Klassen bei Aufgaben mit Argumentieren, Begründen, Arbeiten mit Graphen (10. Klasse)
- 10. Klasse: Schlechtere Ergebnisse der M³-Klassen beim Lösen von Gleichungen



UNIVERSITÄT WÜRZBURG Tests mit TC

CAS – TI-Nspire

$\text{solve}(\sin(x)+1=2^x, x)$
 $x = -70.6858 \text{ or } x = -70.6858 \text{ or } x = -2.23478 \text{ or } x = 0. \text{ or } x = .749645$

⚠ Weitere Lösungen möglich

UNIVERSITÄT WÜRZBURG Ergebnisse TC-Test

$x^3 - 5x - 4 = 0$

	A	B	C
1	2	-6	
2	2.1	-5.239	
3	2.2	-4.352	
4	2.3	-3.333	
5	2.4	-2.176	
6	2.5	-0.875	
7	2.6	0.576	
8	2.7	2.183	
9	2.8	3.952	
10	2.9	5.889	
11	3.	8.	

$x^3 - 5x = 4$

UNIVERSITÄT WÜRZBURG Tests mit TC

Hattest du Schwierigkeiten beim TC-Einsatz?

Group	Percentage
½ Jahr	40%
1 Jahr	30%

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Schülerfragebogen

UNIVERSITÄT WÜRZBURG Ergebnisse TC-Test

Größere Individualisierung bei Lösungsstrategien , eine größere Lösungsvielfalt ...

... aber erst am Ende des Schuljahres.

Z. B. beim Gleichungslösen, etwa bei $x^3 - 5x - 4 = 0$

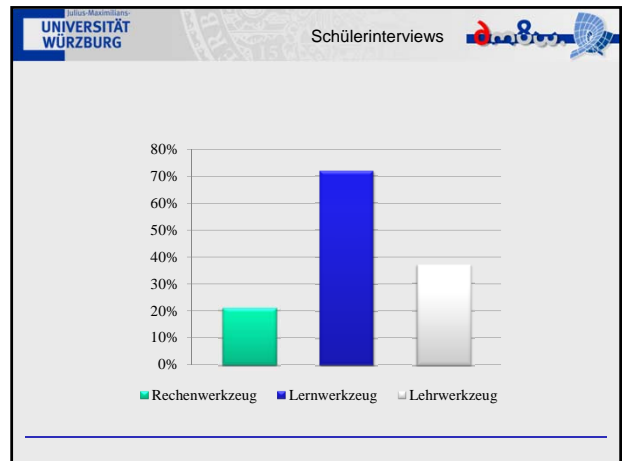
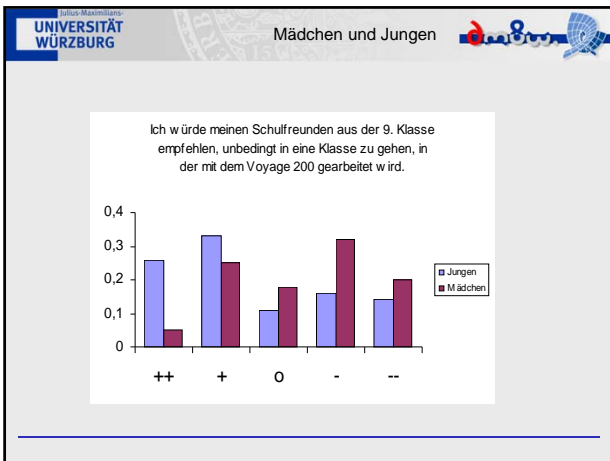
Method	Result
$\frac{x^3-5x-4}{x+1}$	x^2-x-4
$\text{factor}(x^3-5x-4)$	$(x+1)(x^2-x-4)$
$\text{solve}(x^3-5x-4=0,x)$	$x = \frac{\sqrt{17}-1}{2} \text{ or } x = -1 \text{ or } x = \frac{\sqrt{17}+1}{2}$
$\text{nSolve}(x^3-5x-4=0,x)$	-1.

UNIVERSITÄT WÜRZBURG Einstellung der Schüler

		+	o	-
Der Unterricht mit dem TC war interessanter als der frühere Unterricht	2007/2008	57 %	23 %	20 %
	2005/06	54 %	17 %	24 %

⊙ ⊙

++: trifft völlig zu, +: trifft zu, o: es war kein Unterschied, -: trifft nicht zu; --: trifft überhaupt nicht zu.



UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Schülerinterviews

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Ergebnisse bezogen auf die Lehrkräfte

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

[Interview](#) mit einem „durchschnittlichen“ Schüler (11. Klasse)

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Unterrichtsformen

Unterrichtsinhalt, Aufgabe, Arbeitsblatt, ...	Unterrichtsform des CAS-Einsatzes	Überwiegend verwendete CAS-Fenster	Zeitungsfang in Minuten: Etwa
	<input type="checkbox"/> Lehrerzentriert <input type="checkbox"/> Individuelles Arb. <input type="checkbox"/> Partnerarbeit <input type="checkbox"/> Gruppenarbeit <input type="checkbox"/> Projektarbeit <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> Algebra-Fenster <input type="checkbox"/> Graphik-Fenster <input type="checkbox"/> Tabellen-Fenster <input type="checkbox"/> Geometrie-Fenster <input type="checkbox"/>	

Abb. 8: Ausschnitt aus dem Lehrer-Stundenprotokoll

- Rechner in 50 % der Stunden genutzt.
- 30 % der Stunden: Partner- und/oder Gruppenarbeit
- 30 % der Stunden: Individuelles Arbeiten oder Schülervortrag
- Alle Lehrkräfte möchten weiter mit dem TC arbeiten

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Ein Unterrichtsbeispiel ▶

Ein Blick nach Australien ▶

Brauchen wir ein CAS? ▶

Schluss mit Lena ▶

Schluss ohne Lena ▶

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Strasse_0_Ziehen.tns

Zirkel-und-Linear-Strategie : [4.asx](#)

$f_1(x) = \begin{cases} 5, & x \leq -3 \\ -2, & x \geq 2 \end{cases}$
 $f_2(x) = 3.5 \cdot \sin(0.64 \cdot x - 2.81) + 1.53$
 $f_3(x) = 0.55 \cdot (x - 2.12)^2 - 1.96$
 $f_4(x) = 0.61 \cdot (x + 2.77)^2 + 5.01$

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

11. Klasse – Juni – eine UE

Das Problem: Zwei Straßen enden in den Punkten A und B. Wie könnte eine Verbindungsstraße aussehen?

A

B

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Lösung mit Ableitungen

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ und
 $f(-3) = 5, f'(-3) = 0, f(2) = -2, f'(2) = 0$

A(-3; 5)

B(2; -2)

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Einführen von Koordinaten

A(-3; 5)

B(2; -2)

[Gruppenarbeit.wmv](#)

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Funktion als Objekte

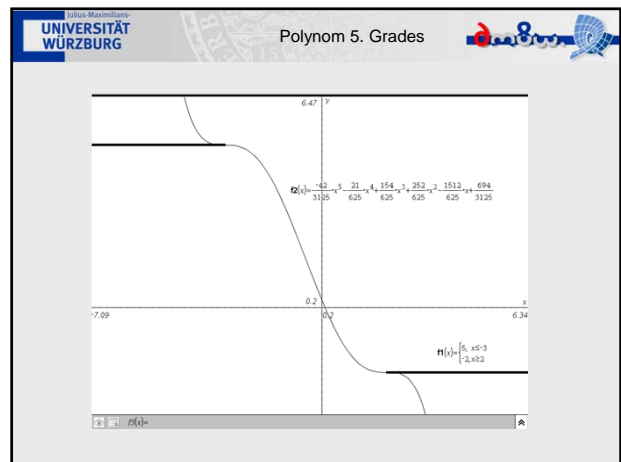
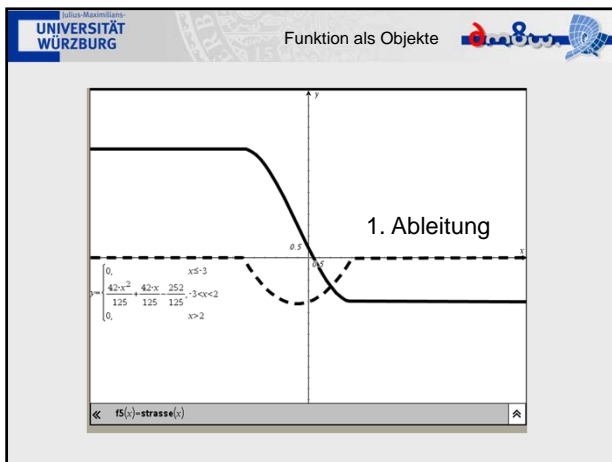
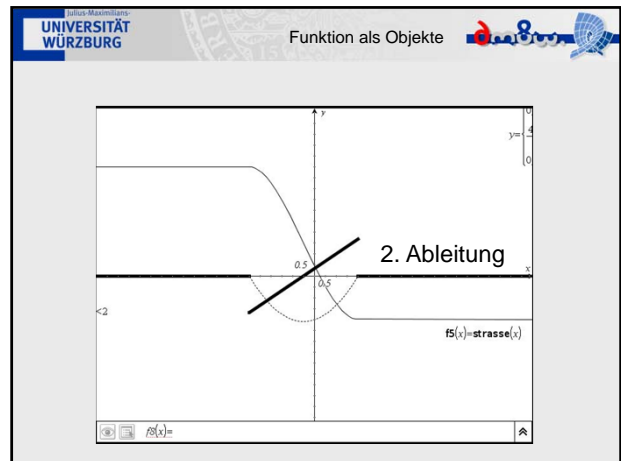
$f_5(x) = \text{strasse}$
 $\text{Define strasse}(x) = \begin{cases} 5, & x \leq -3 \\ \frac{14}{125} \cdot x^3 + \frac{21}{125} \cdot x^2 - \frac{252}{125} \cdot x + \frac{58}{125}, & -3 < x < 2 \\ -2, & x \geq 2 \end{cases}$

UNIVERSITÄT WÜRZBURG Funktion als Objekte

Define $strasse(x) = \begin{cases} 5, & x \leq -3 \\ \frac{14}{125}x^3 + \frac{21}{125}x^2 - \frac{252}{125}x + \frac{58}{125}, & -3 < x < 2 \\ -2, & x \geq 2 \end{cases}$ Done

Define $strasse_1(x) = \frac{d}{dx}(strasse(x))$ Done

$strasse_1(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -3 \\ \frac{42x^2}{125} + \frac{42x}{125} - \frac{252}{125}, & -3 < x < 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases}$

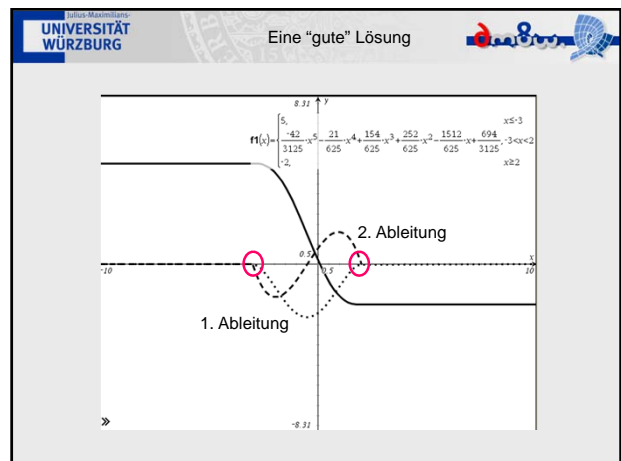


UNIVERSITÄT WÜRZBURG Funktion als Objekte

Define $strasse(x) = \begin{cases} 5, & x \leq -3 \\ \frac{14}{125}x^3 + \frac{21}{125}x^2 - \frac{252}{125}x + \frac{58}{125}, & -3 < x < 2 \\ -2, & x \geq 2 \end{cases}$ Done

Define $strasse_1(x) = \frac{d}{dx}(strasse(x))$ Done

$strasse_1(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -3 \\ \frac{42x^2}{125} + \frac{42x}{125} - \frac{252}{125}, & -3 < x < 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases}$



Julius-Maximilians-UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Die reale Situation

Straßenbreite – Gebiet zwischen den Anschlussstellen - Gleiche Höhe der Anschlusspunkte – Geschwindigkeit – Überhöhung der Kurven - ... Kurvenkrümmung

$$\kappa = \frac{f''}{\sqrt{(1 + (f')^2)^3}}$$

FORSCHUNGSGESELLSCHAFT FÜR STRASSEN- UND VERKEHRSWESSEN
ARBEITSGRUPPE STRASSENENTWURF

Richtlinien für die Anlage von Straßen
RAS

Teil: Linienführung
RAS-L

In der Realität: Geradenstücke, Kreisbögen und Stücke von Klothoiden $\kappa \sim b$ (Bogenlänge)

Julius-Maximilians-UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Brauchen wir ein CAS (TC) im MU?

Interview

Julius-Maximilians-UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Erweiterung der Problemstellung

[Graph 2.ggb](#)


Julius-Maximilians-UNIVERSITÄT WÜRZBURG


Warum freuen wir uns, wenn wir ein(en) CAS (TC) haben?


Weil ein TC


- eigenständiges Arbeiten unterstützt und ein Kontrollinstrument für (Zwischen-)ergebnisse ist;
- symbolische Darstellungen auf der graphischen (numerischen) Ebene visualisiert und dabei vor allem schwächeren SuS hilft;
- die „Dynamik“ von Variablen visualisiert;
- hilft Aufgaben zu strukturieren. Dadurch kann man sich auf das – jeweils – Wesentliche konzentrieren;
-


Julius-Maximilians-UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Ein Unterrichtsbeispiel 

Ein Blick nach Australien 

Brauchen wir ein CAS? 

Schluss mit Lena 

Schluss ohne Lena 

Julius-Maximilians-UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Aber ...

- Die (sinnvolle) Verwendung eines CAS setzt grundlegendes mathematisches Wissen voraus!
- Einsatz NT erfordert ein Gesamtkonzept des Lehrens und Lernens
 - bzgl. Zusammenarbeit in der Schule: organisatorischer Hinsicht: Lehrerkoooperation, Unterstützung der Schulleitung,
 - bzgl. Zusammenarbeit aller Parteien: Eltern – Lehrer, Überschulische Kooperationen
 - bzgl. anderer NT: Computer – Internet -
 - bzgl. Lehrmittel: Lehrbuch – elektronisches Lehrbuch

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Ein Unterrichtsbeispiel ▶

Ein Blick nach Australien ▶

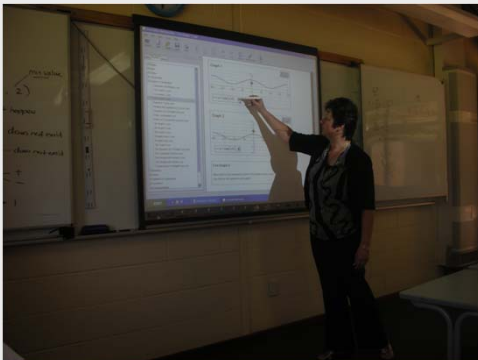
Brauchen wir ein CAS? ▶

Schluss mit Lena ▶

Schluss ohne Lena ▶

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Australien



UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Ein Beispiel: Australien

Vertrautheit mit dem Computer 289

Tabelle 6.6: Computerbezogene Kenntnisse in den 12 ausgewählten OECD-Staaten (Mittelwerte)

Staat	Programmbezogene Computerkenntnisse		Internetbezogene Computerkenntnisse	
	M	(SE)	M	(SE)
Australien	4.71	(0.02)	5.35	(0.02)
Österreich	4.65	(0.04)	5.07	(0.03)
Belgien	4.32	(0.03)	5.39	(0.02)
Kanada	4.59	(0.03)	5.58	(0.01)
Schweiz	4.05	(0.04)	5.12	(0.02)
Deutschland	4.26	(0.04)	4.88	(0.02)
Dänemark	4.03	(0.03)	5.15	(0.02)
Finnland	3.59	(0.04)	5.08	(0.03)
Korea	3.33	(0.05)	5.77	(0.01)
Norwegen	4.73	(0.04)	5.52	(0.02)
Neuseeland	4.18	(0.04)	5.06	(0.03)
Schweden	3.80	(0.05)	5.31	(0.03)
Durchschnitt Auswahlstaaten	4.11	(0.02)	5.30	(0.01)


UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Australien



UNIVERSITÄT WÜRZBURG

PISA 2006

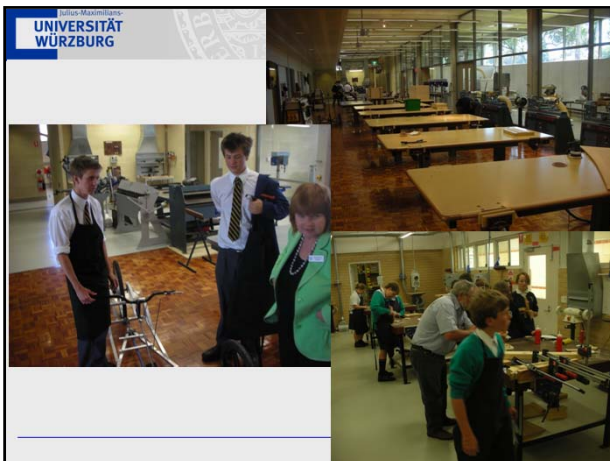


„Wieder (wie in PISA 2003) ist Deutschland dasjenige OECD-Land, in dem der Computer am seltensten als Lernwerkzeug im Unterricht eingesetzt wird.“ (S. 301)

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Australien





Süddeutsche Zeitung POLITIK Mittwoch, 8. September 2010
München Seite 5, Bayern Seite 5

„Bildung lohnt sich“

Jeder Uni-Absolvent bringt dem Staat 150 000 Euro – dennoch investiert Deutschland weniger als die meisten Industrieländer in Hochschulen

Von Stefan Braun

Beim Investieren in gute Bildung (siehe Seite 5) hat Deutschland als noch bei der öffentlichen Hand fast durchwegs besten Standorten. Wie die jüngste OECD-Studie zeigt, liegt die öffentliche Ausgabensumme von Universitäts- und Hochschulen in diesem Bereich in Deutschland bei 1,7 Prozent des Bruttoinlandsprodukts (BIP), was knapp unter dem Durchschnitt der OECD-Länder liegt. Die Tendenz ist in den vergangenen zehn Jahren sogar gestiegen: 2001 waren die Beiträge von Uni-Absolventen 30 Prozent über denen anderer Hochschulabsolventen.

Die Zahl der Studenten wird nicht reichen, um den Bedarf an Studienplätzen zu decken.

Die Hochschulbildung in der OECD ist im Durchschnitt bei 4,7 Prozent des BIP, die in Deutschland bei 1,7 Prozent. Die OECD-Vorteile sind in der Tabelle dargestellt. Die OECD-Vorteile sind in der Tabelle dargestellt.

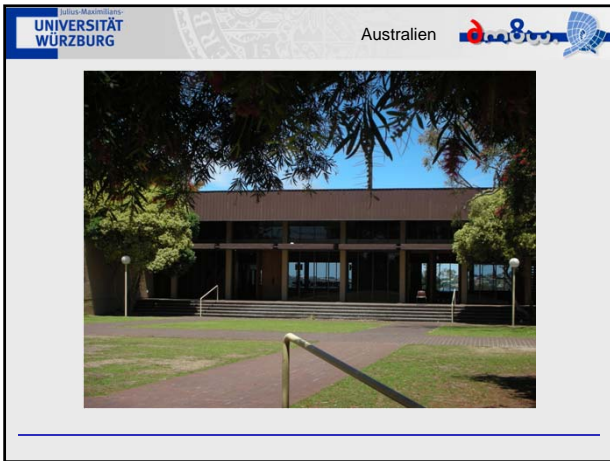
Die Zahl der Studenten wird nicht reichen, um den Bedarf an Studienplätzen zu decken.

Die Hochschulbildung in der OECD ist im Durchschnitt bei 4,7 Prozent des BIP, die in Deutschland bei 1,7 Prozent. Die OECD-Vorteile sind in der Tabelle dargestellt.

Land	Anteil des BIP
USA	1,8
USA (ausländische Studierende)	2,1
Frankreich	2,1
Japan	2,1
Österreich	2,1
Belgien	2,1
Italien	2,1
Spanien	2,1
Portugal	2,1
China	2,1
Indien	2,1
OECD-Durchschnitt	4,7
Deutschland	1,7

Die Zahl der Studenten wird nicht reichen, um den Bedarf an Studienplätzen zu decken.

Die Hochschulbildung in der OECD ist im Durchschnitt bei 4,7 Prozent des BIP, die in Deutschland bei 1,7 Prozent. Die OECD-Vorteile sind in der Tabelle dargestellt.



Ein Unterrichtsbeispiel

Ein Blick nach Australien

Brauchen wir ein CAS?

Schluss mit Lena

Schluss ohne Lena



Ewald Bichler

Explorative Studie zum langfristigen Taschencomputereinsatz im Mathematikunterricht

Der Modellversuch Medienintegration im Mathematikunterricht (M³) am Gymnasium

Verlag Dr. Kovac

