

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

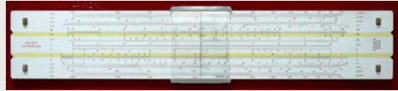
Hans-Georg Weigand, Universität Würzburg

Der bayerische Modellversuch M<sup>3</sup>

Taschencomputer im Mathematikunterricht:  
notwendig, hilfreich oder überflüssig?

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

**Rechenschieber (ab 17. Jhd.)**

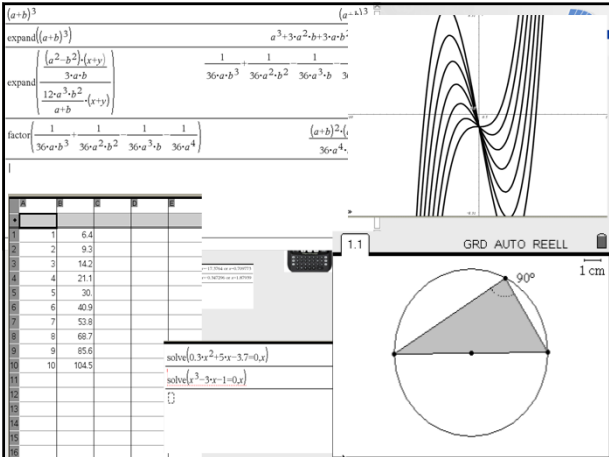


1925 Rechenschieber kommen in die Schulen

Kritik: „Der Rechenschieber ist doch nur ein Rechenknecht zur Mechanisierung der Rechenarbeit“.

aber: „Der Rechenschieber ist eine Vergeistigung des Rechenprozesses.“ (Rohrbach 1929)

1958 Rechenschieber statt Log.tafel in „unteren“ Klassen erlaubt (KMK)



Algebraic operations shown:

- $(a+b)^3$
- expand  $(a+b)^3$
- expand  $(a^2-b^2)(x+y)$
- factor  $\frac{1}{36a^3b^3} \frac{1}{36a^2b^2} \frac{1}{36a^3b} \frac{1}{36a^4}$
- $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
- $\frac{1}{36a^3b^3} \frac{1}{36a^2b^2} \frac{1}{36a^3b} \frac{1}{36a^4}$
- $(a+b)^2(x+y)$
- $\frac{1}{36a^4}$

Table:

1	1	6.4	
2	2	9.3	
3	3	14.2	
4	4	21.1	
5	5	30	
6	6	40.9	
7	7	53.8	
8	8	68.7	
9	9	85.6	
10	10	104.5	

Geometric diagram: A right-angled triangle inscribed in a circle with a 90° angle. A scale bar indicates 1 cm.

Equations:  $\text{solve}(0.3x^2+5xy-3.7=0,x)$  and  $\text{solve}(x^3-3x-1=0,x)$

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

**Taschenrechner**



1972 Erster TR auf dem Markt (HP 35)

1974 Rekordhöhe an verkauften Rechenschiebern

ab 1976 TR im MU (1984/85 SR1 im MU der DDR)

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

**Empfehlung der KMK von 2009:**

In den MINT-Fächern „Computerprogramme (z. B. Tabellenkalkulation, Dynamische Geometrie, Computer-Algebra) sowie Taschenrechner (z. B. mit Graphikfunktion oder CAS) in allen MINT-Fächern verbindlich nutzen“.

**Stellungnahme von MNU und GDM :**

„ ... im Hinblick auf die Entwicklung des *Begriffsverständnisses*, der *Problemlösekompetenz*, des *Modellierens* und der *Fähigkeit des Argumentierens und Begründens* sehen wir es als unverzichtbar an, ....“

UNIVERSITÄT WÜRZBURG


Ziele 1976 ... 78

- ... experimentelle Schüleraktivitäten
- ... entdeckendes Lernen und Problemlösen
- ... eine konkrete numerische Ausgangsbasis für Begriffsbildungen
- ... das wirklichkeitsnahe Behandeln von Anwendungsaufgaben
- ... das Entlasten von kalkülhaften Tätigkeiten,
- ... einen Zugang zum algorithmischen Denken
- ... problemadäquate Übungsphasen

und: Forderungen nach einer „tiefgreifenden Veränderung der Zielsetzungen des Mathematikunterricht“ (Winkelmann 1978)


UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Enthusiasmus



Thomas Alva Edison (1847-1931)  
1922 ... Nach der Erfindung des Tonfilms:

„Der Film wird unser Erziehungssystem revolutionieren. In ein paar Jahren wird er weitgehend, wenn nicht sogar vollständig den Gebrauch von Büchern ersetzen.“



Arnold Schwarzenegger, 9. Juni 2009

„Schulbücher sind veraltet ... und es gibt keinen Grund, warum unsere Schüler dazu gezwungen werden sollten, diese antiquierten, schweren und teuren Schulbücher herumschleppen.“

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Ziel




UNIVERSITÄT WÜRZBURG

## Das Bayerische M<sup>3</sup>-Projekt

M<sup>3</sup>: Modellversuch Medienintegration im Mathematikunterricht

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Das M<sup>3</sup>-Projekt in Bayern

Phase I	2003/2004: 3 Schulen (10)	2004/2005: 3 Schulen (10)	
Phase II	2005/2006: 11 Schulen (10)	2006/2007: 10 Schulen (10 und 11)	2007/2008: 10 Schulen (10, 11 und GK)
Phase III	2009/2010: 53 Klassen (10) → Abitur	2010/2011: (??) (10) → Abitur	
Phase IV	2011/2012: Freigabe für Gymnasien in Bayern		

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Dank



Kultusministerium (MR Götzl)  
Texas Instruments  
Casio

Ewald Bichler 

Allen Lehrkräften der Modellschulen  
Den Modellschulen, Direktoren,  
Eltern, Schülerinnen, ...

M. Sinzinger, K. Seidel, F. Fritsche, E. Bichler,  
E. Arnold, M. Hess

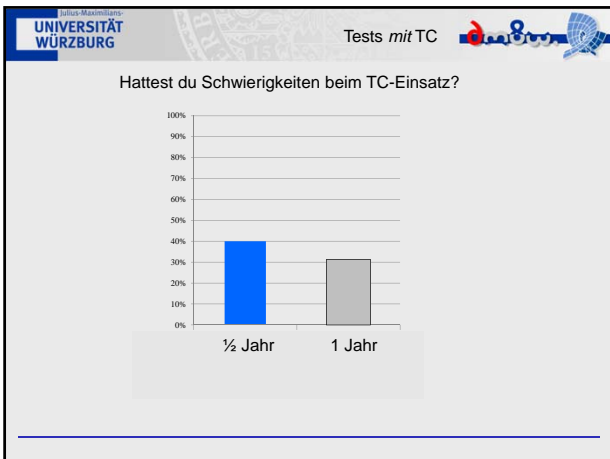
UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Das Konzept

- Langzeitprojekt
- Keine spezielle Auswahl der Schüler(innen)
- Keine spezielle Auswahl der Lehrer(innen)
- Einsatz im regulären Unterricht
- Zwei 3-tägige Treffen pro Schuljahr (in Dillingen)







UNIVERSITÄT WÜRZBURG

### Schülerfragebögen

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Ergebnisse TC-Test

Größere Individualisierung bei Lösungsstrategien , eine größere Lösungsvielfalt ...

... aber erst am Ende des Schuljahres.

Z. B. beim Gleichungslösen, etwa bei  $x^3 - 5x - 4 = 0$

```

x^3-5x-4
-----
x+1
factor(x^3-5x-4)
solve(x^3-5x-4=0,x)
nSolve(x^3-5x-4=0,x)
  
```

$x = \frac{-(\sqrt{17}-1)}{2}$  or  $x = -1$  or  $x = \frac{-(\sqrt{17}+1)}{2}$

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Einstellung der Schüler

		+	0	-
Der Unterricht mit dem TC war interessanter als der frühere Unterricht	2007/2008	57 %	23 %	20 %
	2005/06	54 %	17 %	24 %

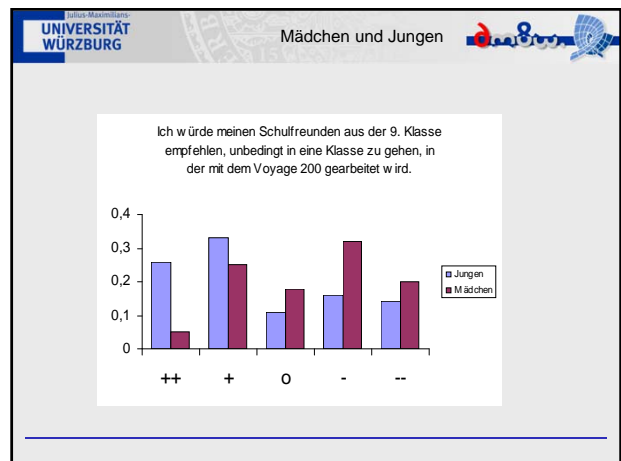
++: trifft völlig zu, +: trifft zu; 0: es war kein Unterschied; -: trifft nicht zu; --: trifft überhaupt nicht zu.

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Ergebnisse TC-Test

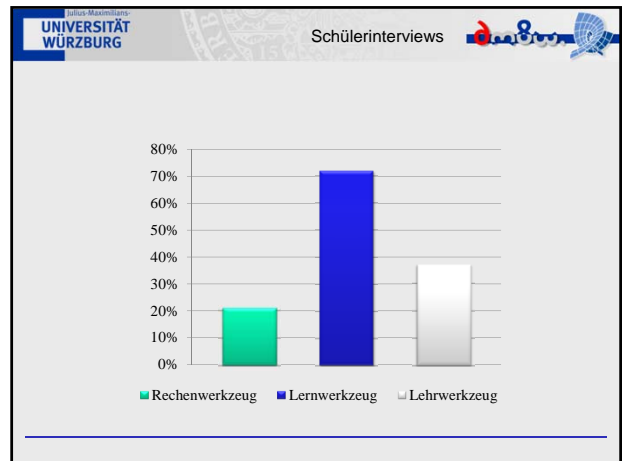
$x^3 - 5x - 4 = 0$

A	B	C
1	2	-6
2	2.1	-5.239
3	2.2	-4.352
4	2.3	-3.333
5	2.4	-2.176
6	2.5	-0.875
7	2.6	0.576
8	2.7	2.183
9	2.8	3.952
10	2.9	5.889
11	3.	8.



UNIVERSITÄT WÜRZBURG

## Schülerinterviews



UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Interview mit einem „durchschnittlichen“ Schüler (11. Klasse)

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

### Ergebnisse bezogen auf die Lehrkräfte

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

### TC als Lernwerkzeug (Interviews)

Schüler der 11. Klasse: TC wird als vor allem als „Lernwerkzeug“ gesehen, weniger als „Rechenwerkzeug“.

„Graphen zeichnen ... besser vorstellen“  
 „alle möglichen Graphen anschauen“

„Wertetabelle .... da sieht man dann ob's stimmt“.

„Ich zeichne noch den Graphen .. Dann fühl' ich mich einfach sicherer“ (Kontrollwerkzeug)

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

### Unterrichtsformen

Unterrichtsinhalt, Aufgabe, Arbeitsblatt, ...	Unterrichtsform des CAS-Einsatzes	Überwiegend verwendete CAS-Fenster	Zeitung in Minuten: Etwa ....
	<input type="checkbox"/> Lehrerzentriert <input type="checkbox"/> Individuelles Arb. <input type="checkbox"/> Partnerarbeit <input type="checkbox"/> Gruppenarbeit <input type="checkbox"/> Projektarbeit <input type="checkbox"/> .....	<input type="checkbox"/> Algebra-Fenster <input type="checkbox"/> Graphik-Fenster <input type="checkbox"/> Tabellen-Fenster <input type="checkbox"/> Geometrie-Fenster <input type="checkbox"/> .....	

Abb. 8: Ausschnitt aus dem Lehrer-Stundenprotokoll

- Rechner in 50 % der Stunden genutzt.
- 30 % der Stunden: Partner- und/oder Gruppenarbeit
- 30 % der Stunden: Individuelles Arbeiten oder Schülervortrag
- Alle Lehrkräfte möchten weiter mit dem TC arbeiten

UNIVERSITÄT WÜRZBURG Einsatz bei Prüfungen

- TC in Prüfungen überwiegend erlaubt
  - auch TC-freie Klassenarbeiten
  - (anfänglich) TC-freie Teile bei Klassenarbeiten
- Geringe Veränderung der Prüfungsaufgaben
- Aber: Größere Lösungsvielfalt
- Mündliche Prüfungen: Referate, Projektarbeiten, ...
- Keine Sorge um Verlust der Handrechenfähigkeiten!  
Gezielte Gegenmaßnahmen (... CALIMERO).
- Problem: Lösungsdokumentation!

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Ergebnisse bzgl. unterstützender Maßnahmen

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Ergebnisse bezogen auf die Inhalte

UNIVERSITÄT WÜRZBURG Veränderung der Inhalte

- Unterstützung der Schulleitung unabdingbar.
- *Lehrergruppe* an einer Schule erforderlich.  
„Einzelkämpfertum“ schwierig.
- Unterstützende Materialien (auch bzgl. technischer Aspekte - Bedienung des TC) notwendig.  
[MMM](http://www.minute-made-math.com) [www.minute-made-math.com](http://www.minute-made-math.com)
- Anlaufstelle für Problemfälle

UNIVERSITÄT WÜRZBURG Bezogen auf die Inhalte

- Keine neuen Inhalte!
- Größere Zahl an (komplexeren) Aufgaben mit höherem Anwendungsbezug (aktuelle Probleme: Arbeitslosenzahl, Banken), verstärkt fächerübergreifende Aufgaben
- Andere Zugangsweisen: z. B. rekursive Folgen → Exponentialfunktion
- Inhaltliche Schwerpunktverschiebungen gehen mit methodischen Veränderungen einher (Einzel-, Partner- und Gruppenarbeit).

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Ein Unterrichtsbeispiel ▶

Ein Blick nach Australien ▶

Brauchen wir ein CAS? ▶

Schluss mit Lena ▶

Schluss ohne Lena ▶

UNIVERSITÄT WÜRZBURG 11. Klasse – Juni – eine UE

Das Problem: Zwei Straßen enden in den Punkten A und B. Wie könnte eine Verbindungsstraße aussehen?

UNIVERSITÄT WÜRZBURG Lösung mit Ableitungen

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  und  
 $f(-3) = 5, f'(-3) = 0, f(2) = -2, f'(2) = 0$

UNIVERSITÄT WÜRZBURG Einführen von Koordinaten

[Gruppenarbeit.wmv](#)

UNIVERSITÄT WÜRZBURG Funktion als Objekte

$$\text{Define strasse}(x) = \begin{cases} 5, & x \leq -3 \\ \frac{14}{125}x^3 + \frac{21}{125}x^2 - \frac{252}{125}x + \frac{58}{125}, & -3 < x < 2 \\ -2, & x \geq 2 \end{cases}$$

$f_1(x) = \begin{cases} 5, & x \leq -3 \\ -2, & x \geq 2 \end{cases}$

$f_2(x) = 3.5 \cdot \sin(0.64 \cdot x - 2.81) + 1.53$

$f_3(x) = 0.61 \cdot (x + 2.77)^2 + 5.01$

$f_1(x) - f_2(x)$

$f_2(x) = 0.55 \cdot (x - 2.12)^2 - 1.96$

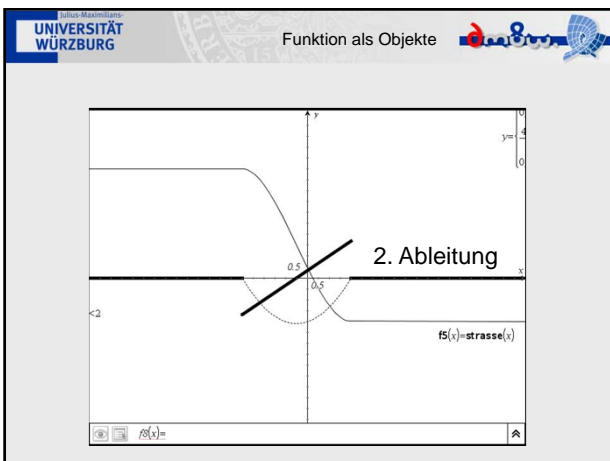
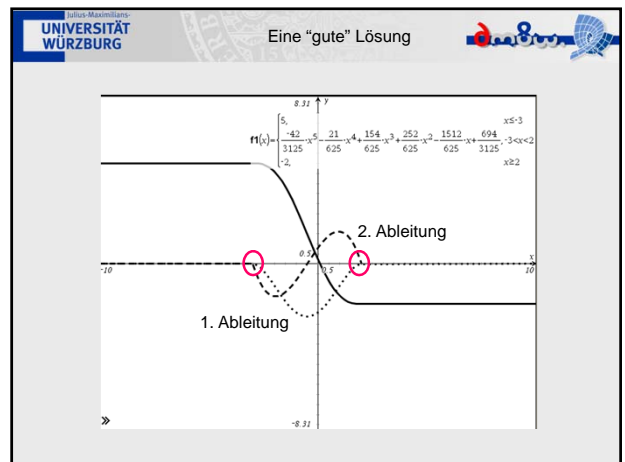
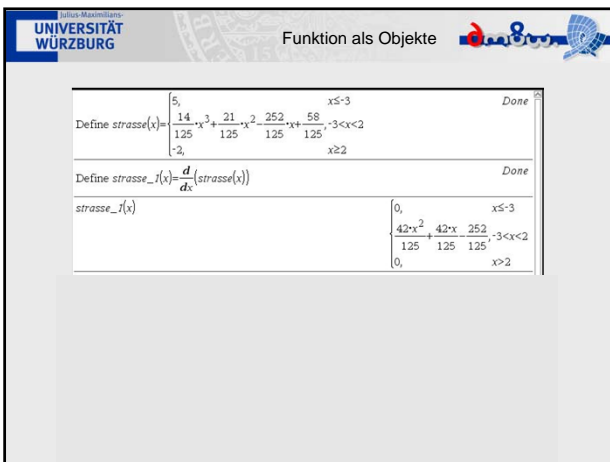
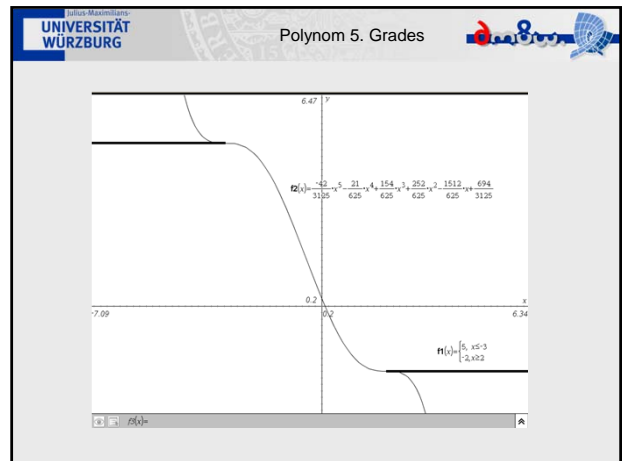
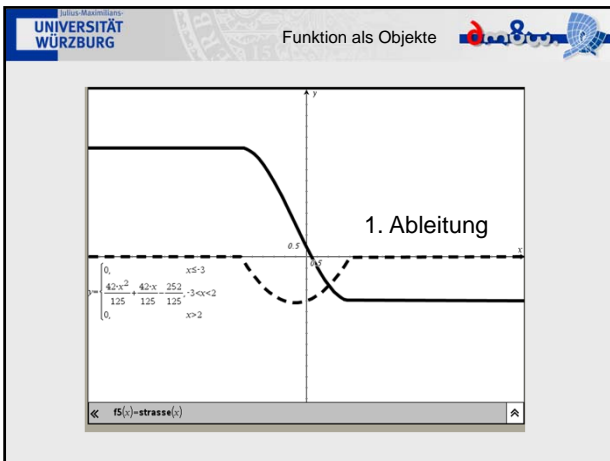
Zirkel-und-Lineal-Strategie: [4.asx](#)

UNIVERSITÄT WÜRZBURG Funktion als Objekte

$$\text{Define strasse}(x) = \begin{cases} 5, & x \leq -3 \\ \frac{14}{125}x^3 + \frac{21}{125}x^2 - \frac{252}{125}x + \frac{58}{125}, & -3 < x < 2 \\ -2, & x \geq 2 \end{cases}$$

Define strasse\_f(x) =  $\frac{d}{dx}$ (strasse(x))

$$\text{strasse\_f}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -3 \\ \frac{42x^2}{125} + \frac{42x}{125} - \frac{252}{125}, & -3 < x < 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases}$$



UNIVERSITÄT WÜRZBURG Die reale Situation

Straßenbreite – Gebiet zwischen den Anschlussstellen - Gleiche Höhe der Anschlusspunkte – Geschwindigkeit – Überhöhung der Kurven - ... Kurvenkrümmung

FORSCHUNGSGESELLSCHAFT FÜR STRASSEN- UND VERKEHRSWESSEN ARBEITSGRUPPE STRASSENENTWURF

Richtlinien für die Anlage von Straßen RAS

Teil: Linienführung RAS-L

$$\kappa = \frac{f''}{\sqrt{(1 + (f')^2)^3}}$$

In der Realität: Geradenstücke, Kreisbögen und Stücke von Klothoiden  $\kappa \sim b$  (Bogenlänge)

UNIVERSITÄT WÜRZBURG Erweiterung der Problemstellung

[Graph 2.ggb](#)

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Warum freuen wir uns, wenn wir ein(en) CAS (TC) haben?

Weil ein TC

- eigenständiges Arbeiten unterstützt und ein Kontrollinstrument für (Zwischen-)ergebnisse ist;
- symbolische Darstellungen auf der graphischen (numerischen) Ebene visualisiert und dabei vor allem schwächeren SuS hilft;
- die „Dynamik“ von Variablen visualisiert;
- hilft Aufgaben zu strukturieren. Dadurch kann man sich auf das – jeweils – Wesentliche konzentrieren;
- .....

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

- Ein Unterrichtsbeispiel ▶
- Ein Blick nach Australien ▶
- Brauchen wir ein CAS? ▶
- Schluss mit Lena ▶
- Schluss ohne Lena ▶

UNIVERSITÄT WÜRZBURG Aber ...

- Die (sinnvolle) Verwendung eines CAS setzt grundlegendes mathematisches Wissen voraus!
- Einsatz NT erfordert ein Gesamtkonzept des Lehrens und Lernens
  - bzgl. Zusammenarbeit in der Schule: organisatorischer Hinsicht: Lehrerkoooperation, Unterstützung der Schulleitung,
  - bzgl. Zusammenarbeit aller Parteien: Eltern – Lehrer, Überschulische Kooperationen
  - bzgl. anderer NT: Computer – Internet -
  - bzgl. Lehrmittel: Lehrbuch – elektronisches Lehrbuch

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Brauchen wir ein CAS (TC) im MU?

Interview ▶

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

- Ein Unterrichtsbeispiel ▶
- Ein Blick nach Australien ▶
- Brauchen wir ein CAS? ▶
- Schluss mit Lena ▶
- Schluss ohne Lena ▶

UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Ein Beispiel: Australien

Vertrautheit mit dem Computer 289

Tabelle 6.6: Computerbezogene Kenntnisse in den 12 ausgewählten OECD-Staaten (Mittelwerte)

Staat	Programmbezogene Computerkenntnisse		Internetbezogene Computerkenntnisse	
	M	(SE)	M	(SE)
Australien	4.71	(0.02)	5.35	(0.02)
Österreich	4.65	(0.04)	5.07	(0.03)
Belgien	4.32	(0.03)	5.39	(0.02)
Kanada	4.59	(0.03)	5.58	(0.01)
Schweiz	4.05	(0.04)	5.12	(0.02)
Deutschland	4.26	(0.04)	4.88	(0.02)
Dänemark	4.03	(0.03)	5.15	(0.02)
Finnland	3.59	(0.04)	5.08	(0.03)
Korea	3.33	(0.05)	5.77	(0.01)
Norwegen	4.73	(0.04)	5.52	(0.02)
Neuseeland	4.18	(0.04)	5.06	(0.03)
Schweden	3.80	(0.05)	5.31	(0.03)
Durchschnitt Auswahlstaten	4.11	(0.02)	5.30	(0.01)



UNIVERSITÄT WÜRZBURG

PISA 2006

„Wieder (wie in PISA 2003) ist Deutschland dasjenige OECD-Land, in dem der Computer am seltensten als Lernwerkzeug im Unterricht eingesetzt wird.“ (S. 301)

