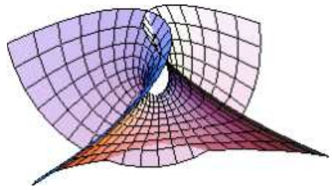
Universität Würzburg

Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik
Prof. Dr. Hans-Georg Weigand
Am Hubland, 97074 Würzburg
Tel. 0931-888-5091 Fax. 0931-888-5089
Email: weigand@mathematik.uni-wuerzburg.de



Februar 2008

Evaluierung des Modellversuchs „Medienintegration im Mathematikunterricht - M³“ im Schuljahr 2006/2007

Verantwortlich für die Evaluation: Prof. Dr. Hans-Georg Weigand (Würzburg)
Verantwortlich für die Durchführung des Modellversuchs: Ewald Bichler (Landshut)
Mitarbeiter: Martin Brüning (Stud. Hilfskraft an der Universität Würzburg)

1. Ausgangssituation

Im Schuljahr 2006/07 wurde der Modellversuch erstmals in der 11. Klasse evaluiert. Folgende Schulen haben mit Modell- und Kontrollklassen an dem M^3-Projekt teilgenommen.

Schule	Schüler in Modell-11	Schüler in Kontroll- 11	Summe
Gymnasium Grafing	63	31	94
Hans-Leinberger-Gymnasium	60	64	124
Rupprecht-Gymnasium	51	30	81
Dietrich-Bonhoeffer-Gymnasium	27	28	55
Ludwig-Thoma-Gymnasium	54	23	77
Goethe-Gymnasium	40	60	100
Werner-von-Siemens Gymnasium	26	31	57
Olympia-Morata-Gymnasium	26	20	46
Ludwigsgymnasium	43	0	43
Gymnasium Zwiesel	22	33	55
Insgesamt	**412**	**320**	**732**

In dem Modellversuch M^3 unterrichten Lehrkräfte, die nicht speziell für das Unterrichten mit CAS geschult sind und die nicht ein spezielles gemeinsames Konzept beim Unterrichten verfolgen. Diese Lehrkräfte integrieren CAS in ihren individuellen Unterricht (was Hausaufgaben und Prüfungen mit einschließt). Die Vorerfahrungen der Schülerinnen und Schüler sind ebenso verschieden, es gibt Schüler, welche CAS schon ein Jahr lang kennen gelernt haben, aber auch welche, die das erste Mal mit solchen Systemen in Kontakt kommen. Es werden auch verschiedene Gerätetypen eingesetzt. Einerseits der Voyage-200, andererseits der TI-Nspire.

2. Untersuchungsfragen:

Folgende Fragen liegen unserem Modellversuch zugrunde:

1. Lassen sich hinsichtlich zentraler mathematischer Fähigkeiten (Termumformungen, Interpretieren von Graphen, Lösen von Gleichungen, Arbeiten mit Tabellen, Arbeiten mit Formeln) nach einem Jahr Unterschiede zwischen den Modell- und den Kontrollklassen feststellen?
2. Lassen sich bei den Modellklassen unterschiedliche Auswirkungen des TC-Einsatzes bei „guten“ und „schlechten“ Schülerinnen und Schülern[1] feststellen?
3. Wie verändern die unterrichtenden Lehrer die Prüfungsaufgaben in den Modell-Klassen?
4. Wie beherrschen die Schülerinnen und Schüler den TC am Ende des Jahres?
5. Wie setzen die Schülerinnen und Schüler den TC bei Klassenarbeiten ein?
6. Welche Einstellungen entwickeln die Schülerinnen und Schülern der Modellklassen zu dem neuen Werkzeug?

3. Testinstrumente

1. Es wurde ein (klassischer) Vor- und Nachtest – ein Test mit Papier und Bleistift ohne Verwendung des Rechners – in Modell- und Kontrollklassen geschrieben.
2. Die Modellklassen haben zusätzlich einen Test mit TC im Februar 2007 und Juni 2007 geschrieben, bei dem sie in einem Fragebogen ihre Arbeitsweise mit dem TC dokumentieren sollten. Dieses Versuchsdesign ist neu und wurde bisher noch nicht angewandt.
3. Die in den Modellklassen unterrichtenden Lehrkräfte haben monatlich einen On-line-Fragebogen und zum Jahresende einen Einschätzungsfragebogen ausgefüllt.
4. Die Schüler haben am Ende des Jahres einen Online-Wertungsfragebogen ausgefüllt, der über ihre Erfahrungen mit und ihre Einstellung zum TC Auskunft geben sollte.
5. Die in den Modellklassen geschriebenen Klassenarbeiten wurden nachträglich durch ein externes Expertenurteil eingeschätzt.

4. Auswertung von Eingangs- und Endtest

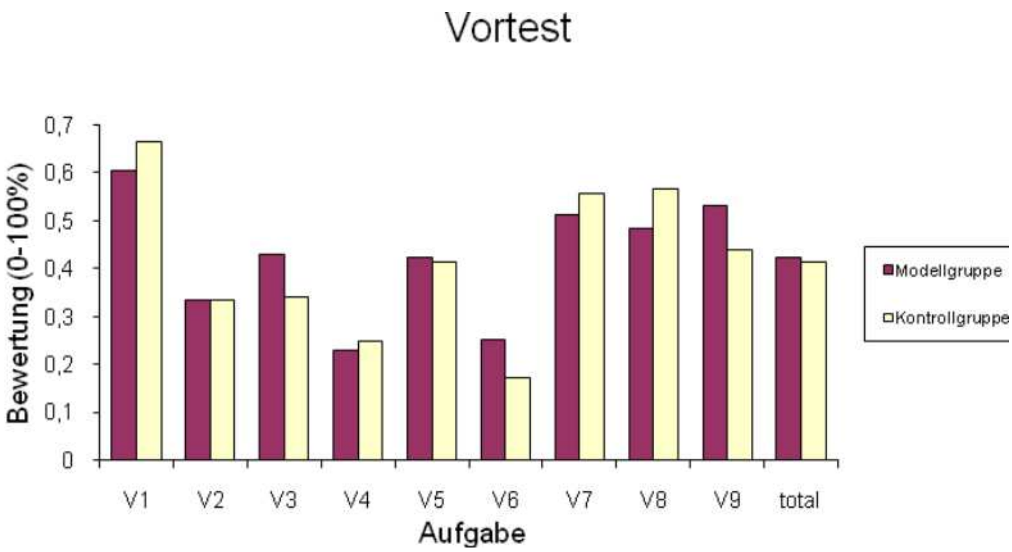
4.1 Die Aufgaben

Die Aufgaben (Siehe Anhang) lassen sich in folgende Gruppen einteilen:

1. Aufgabe 1 bis 3: „Klassische“ Termumformungen
2. Aufgabe 4: Lösen von Gleichungen
3. Aufgabe 5: Begriffsverständnis bei Wurzelfunktionen
4. Aufgabe 6 – 8: Wechselbeziehung Graph und Term
5. Aufgabe 9: Interpretieren von Graphen

[1] Die verwendeten Leistungsbezeichnungen „gut“ und „schlecht“ beziehen sich dabei auf die Ergebnisse des Eingangstests.

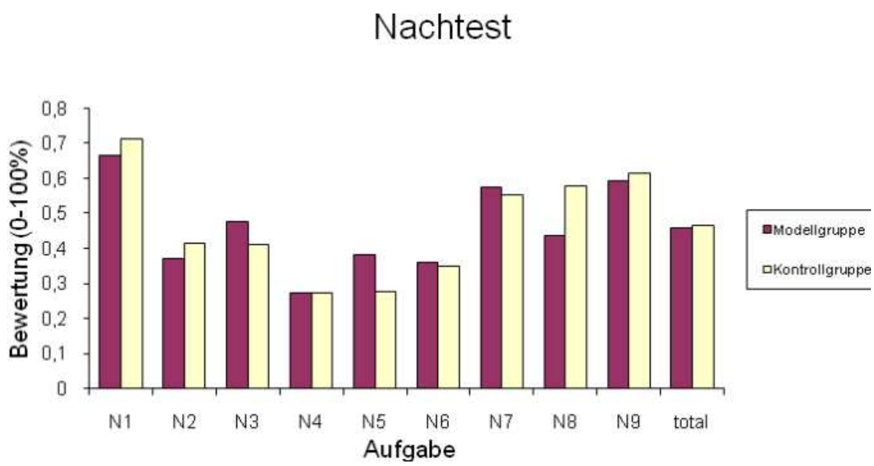
4.2 Ergebnisse des Eingangs- oder Vortests



Es ergaben sich keine signifikanten Unterschiede zwischen M^3-Modell- und Kontrollklassen.

4.3 Ergebnisse Nachtest

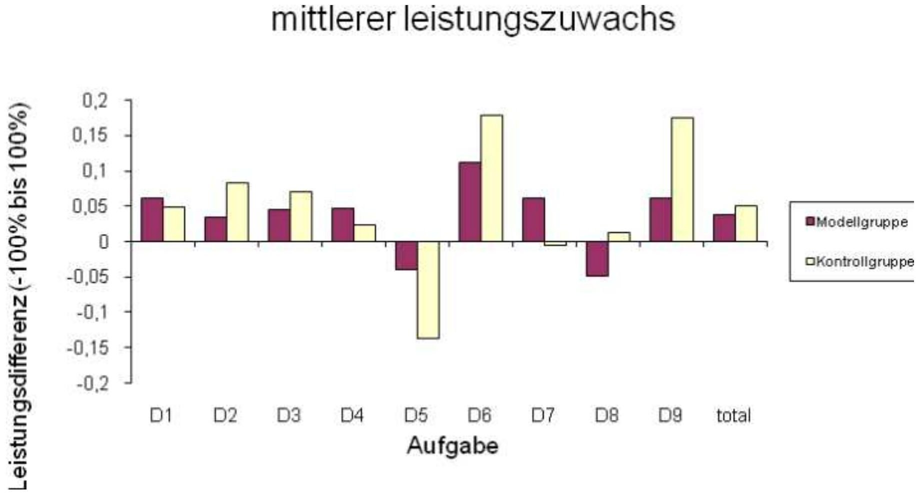
Der Endtest war mit dem Eingangstest identisch. Es ergaben sich die folgenden Ergebnisse.



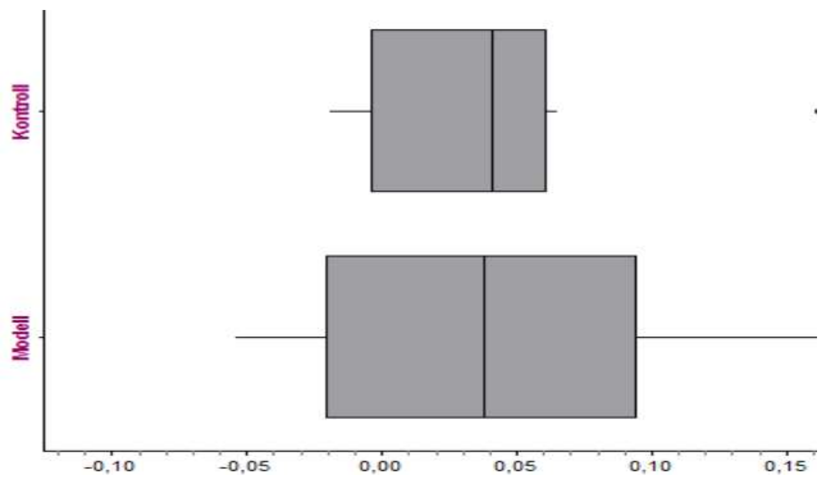
Die dunklen Balken sind die Ergebnisse der Modellgruppe, die hellen die der Kontrollgruppe.

4.4 Vergleich der Ergebnisse von Vor- und Nachtest

In dem folgenden Diagramm sind die Differenzen der erreichten mittleren Punktwerte für jede Aufgabe zwischen Anfangs- und Endtest für M^3- und Kontrollgruppe aufgetragen. Es wird also der „mittlere Leistungszuwachse“ für jede Aufgabe gemessen.



Bei den Aufgaben 5 und 7 schneiden die Modellklassen signifikant besser ab als die Kontrollklassen (t-Test: 5: 0,01, 7:0,02). Bei den Aufgaben 6 und 9 sind sie allerdings signifikant schlechter (t-Test: 6: 0,01, 9: 0,01).
Insgesamt ergibt sich aber kein signifikanter Unterschied im mittleren Leistungszuwachs zwischen Modell- und Kontrollklasse. Der Mittelwert des mittleren Leistungszuwachses liegt bei der Modellgruppe bei 0,04, bei der Kontrollgruppe bei 0,05. Wenn allerdings die Streuung der Leistungszuwächse betrachtet wird, so ergibt sich ein interessantes Bild.



Mittelwerte und Streuung der Leistungszuwächse bei Modell- und Kontrollgruppe

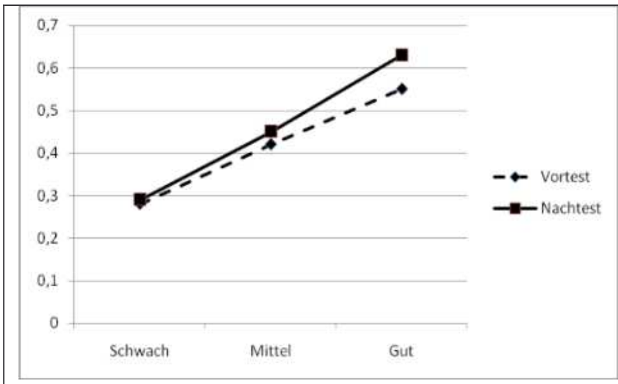
Hier zeigt sich der Effekt, dass die Leistungsunterschiede bei den Schülerinnen und Schülern der Modellklasse weiter gestreut sind als die der Kontrollgruppe. Es gibt also Schüler, die durch den TC-Einsatz stärker gefördert werden, allerdings auch eine Gruppe von Schülern, für die der TC kontraproduktiv ist.

Ergebnis:
Die Unterschiede zwischen Modell- und Kontrollklassen beim Nachtest sind sehr gering. Die Verschlechterung beider Gruppen bei Aufgabe 5 (Begriffsverständnis Wurzelfunktion) muss nicht überraschen, da dieser Aspekt in der 11, Klasse wohl nicht mehr explizit behandelt wur-

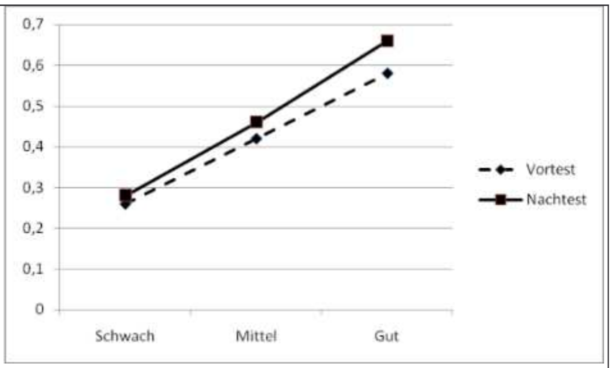
de. Das Ergebnis weist – wieder einmal – auf die Notwendigkeit einer permanenten Wiederholung der Grundkenntnisse hin. Für das schlechtere Ergebnis der M^3-Klassen gegenüber den Kontrollklassen (insbesondere bei den Aufgaben 6 und 9) lassen sich zwei Hypothesen aufstellen. Zum einen lässt es sich – wie schon bei ähnlichen Ergebnissen in der Jahrgangsstufe 10 –damit erklären, dass die Schüler der Modellklassen bei diesem Typ von „traditionellen" Aufgaben nicht mehr ausreichend motiviert sind, um die Aufgaben einsatzfreudig zu bearbeiten, da sie im Unterricht – aufgrund des TC – wesentlich interessantere Aufgaben bearbeitet haben.
Es zeigt sich schließlich ein Effekt, der häufig beim Arbeiten mit neuen Technologien zu beobachten ist, es tritt eine Polarisierung der Schülergruppe ein, indem einige Schüler stark vom TC-Einsatz profitieren, wohingegen für andere Schüler der TC-Einsatz leistungshemmend oder gar –mindernd ist.

4.5. Abschneiden der „guten", „mittleren" und „schwachen" Testteilnehmer

Entsprechend den Ergebnissen des Vortests haben wir die Testteilnehmer in „schwach", „mittel" und „gut" eingeteilt.[2] Hierfür erhält man das folgende Ergebnis, wenn die Leistungen dieser Gruppen bei Vor –und Nachtest verglichen werden.



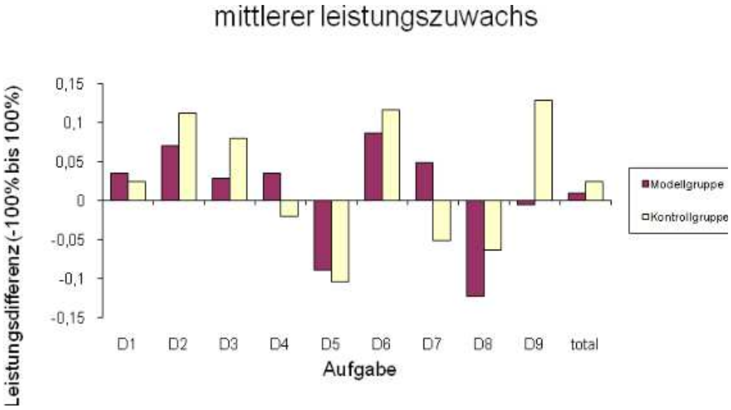
Modell-Gruppe



Kontrollgruppe

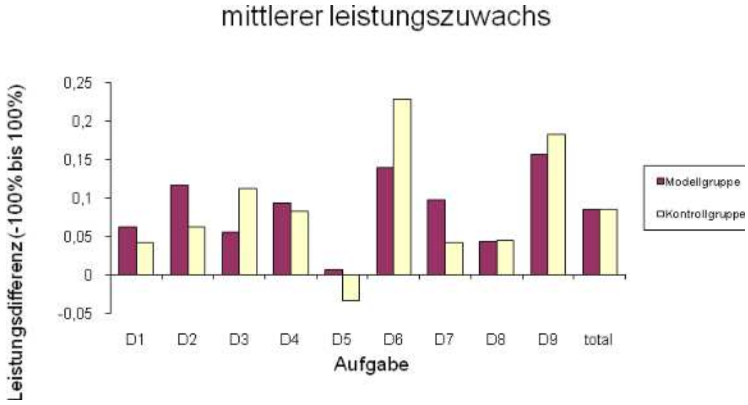
Gegenüber den Tests der letzten Jahre in den 10. Klassen zeigte sich hier ein abweichendes Verhalten. Während in den 10. Klassen die „schwachen" Schüler einen größeren Leistungszuwachs erzielten als die „mittleren" und „guten" Schüler, haben sich bei dem Test in der 11. Klasse – sowohl in der Kontroll- als auch in der Modellgruppe – die „guten" Schüler erheblich stärker verbessert (um 8-%-Punkte) als die „mittleren" und „schwachen" Schüler (3-%-Punkte bzw. 1-2-%-Punkte).
Im folgenden Stellen wir die Leistungszuwächse der drei Gruppen einzeln dar:

[2] Die „guten" Schüler bilden das obere Leistungsquartil, die „schwachen" Schüler das untere Leistungsquartil und die „mittleren Schüler" sind die beiden mittleren Leistungsquartile.



Aufgabenbezogene Leistungsunterschiede bei der „schwachen“ Gruppe:

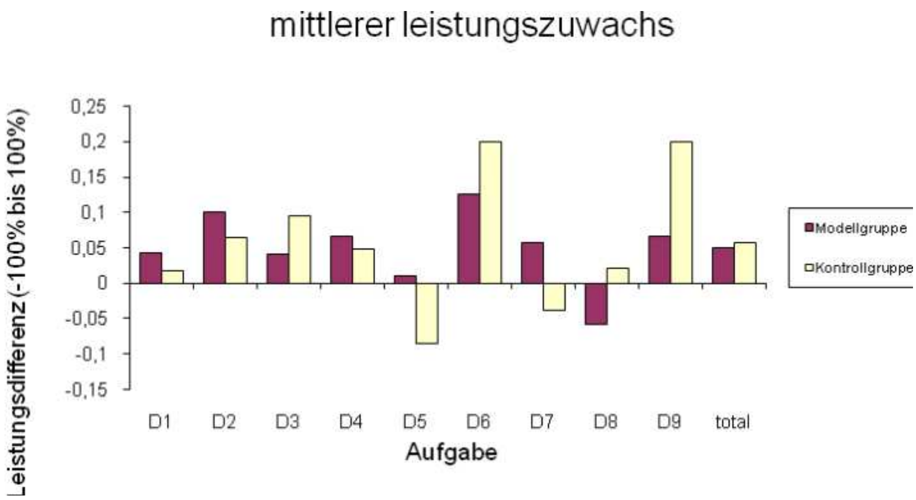
Aufgabenbezogene Leistungsunterschiede bei der „mittleren“ Gruppe:



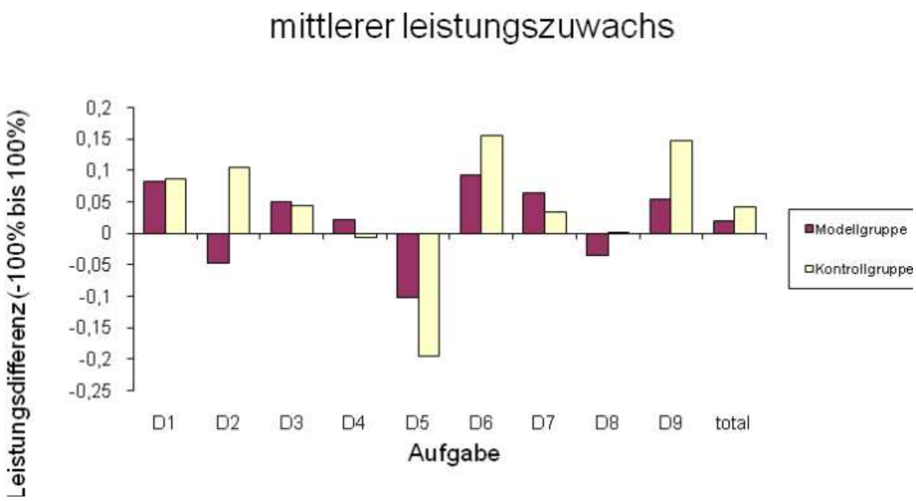
Aufgabenbezogene Leistungsunterschiede bei der „guten“ Gruppe

Ergebnis: *Die Unterschiede zwischen der „schwachen“ und „guten“ Gruppe liegen zum einen in der Aufgabe 5 zum Begriffsverständnis, was so auch zu erwarten gewesen ist, zum anderen liegen sie vor allem bei den Aufgaben 8 und 9, die beide ein tiefergehendes Begriffsverständnis des Transfers von Graph und Gleichung einerseits und Modellierungsfähigkeiten andererseits erfordern. Wir führen das Ergebnis auf die kognitiven Herausforderungen in der Begriffsbildung der 11. Klasse und der Infinitesimalrechnung zurück, die Schüler stärker polarisieren.*

Wir vergleichen noch den Leistungszuwachs bei den einzelnen Aufgaben zwischen Jungen und Mädchen.



Leistungsunterschiede Jungen



Leistungsunterschiede Mädchen

Es zeigen sich keine signifikanten Unterschiede der Ergebnisse zwischen Jungen und Mädchen.

Ergebnis: *Die Vor- und Nachtest-Untersuchung lässt sich in positiver Hinsicht für die Modellklassen interpretieren, indem bei den klassischen handwerklichen händischen Fähig- und Fertigkeiten (Termumformungen) keine Unterschiede zu den Kontrollklassen vorhanden sind. Allerdings wurden durch diese Untersuchung die Hoffnungen gedämpft, dass die Fähigkeit des Interpretierens von Graphen und der Transfer zwischen verschiedenen Darstellungsformen durch die Verwendung des TC automatisch verbessert werden. Es ist eine offene Frage, ob die Schülerinnen und Schüler der Modellklassen durch die weitgehend klassischen Testaufgaben evtl. unterfordert oder nicht genügend motiviert waren,*

5. Der Taschencomputer (TC)-Test

5.1 Der Februar-TC-Test

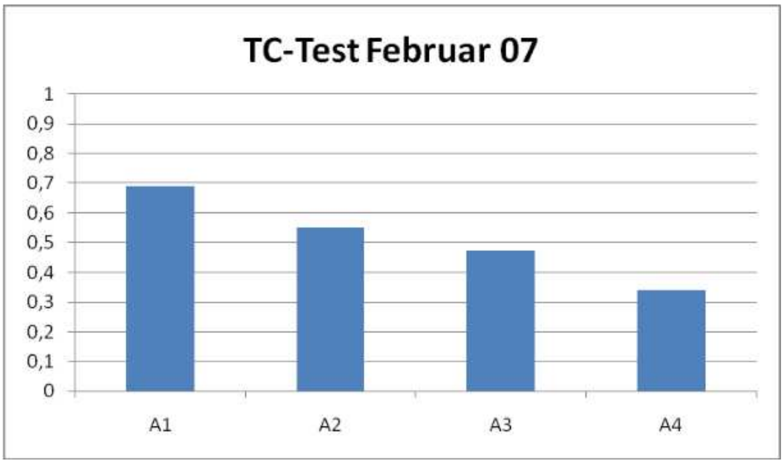
Im Februar und im Juni haben die Modellklassen einen Test geschrieben, bei dem sie den Rechner verwenden durften. Um die Art und Weise des Einsatzes des Rechners herauszubekommen, haben wir eine neue Untersuchungsmethode angewandt. Zum einen haben die unterrichtenden Lehrer einen Fragebogen zu den Aufgaben unmittelbar *vor dem Test* ausgefüllt, wohingegen die Schüler unmittelbar *nach dem Test* einen Fragebogen ausgefüllt haben.

Dieser Test sollte insbesondere die folgenden Fragen beantworten

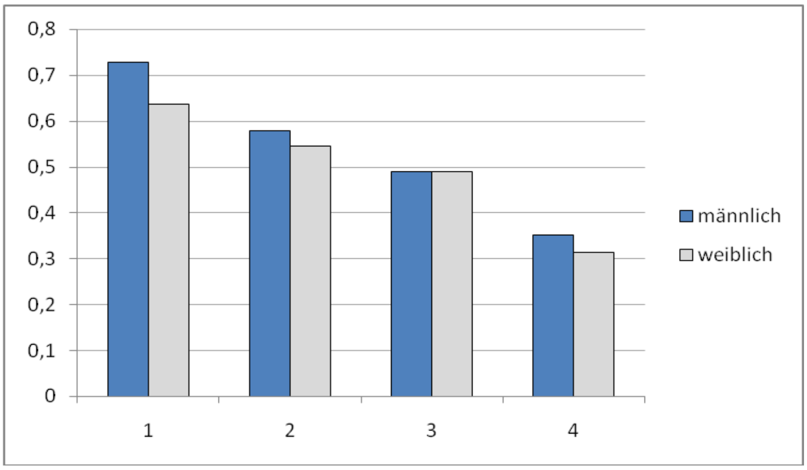
1. Wie setzen die Schüler den Rechner ein?
2. Wann – im Rahmen des Problemlöseprozesses – setzen die Schüler den Rechner ein?
3. Welche Funktionalitäten nutzen die Schüler?

Die Ergebnisse des TC-Tests

In dem folgenden Diagramm ist der Prozentsatz an richtigen Antworten pro Aufgabe eingetragen.

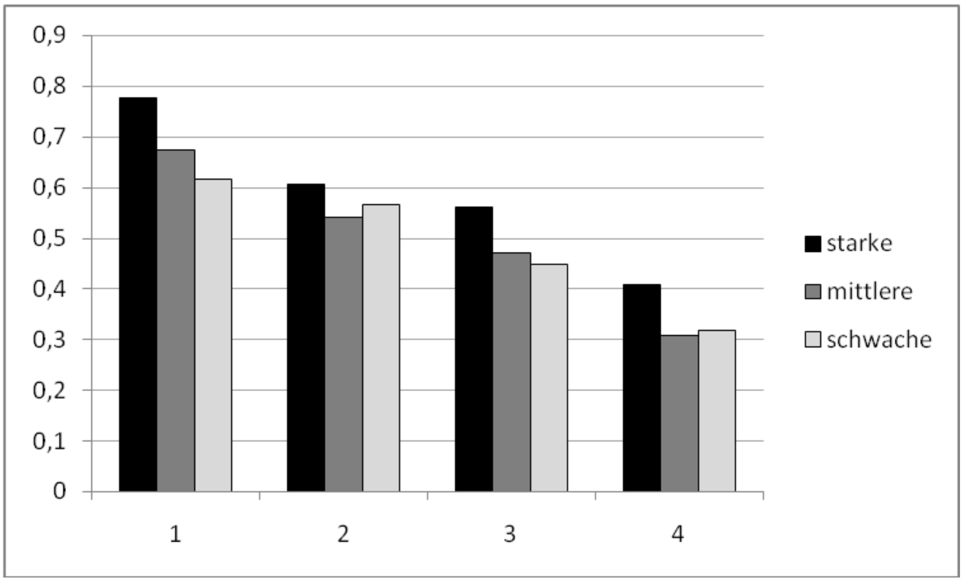


Wenn wir Schüler und Schülerinnen unterscheiden, dann erhalten wir das Ergebnis:



Signifikant besser (t = 0,049) sind die Jungen bei der 1. Aufgabe.

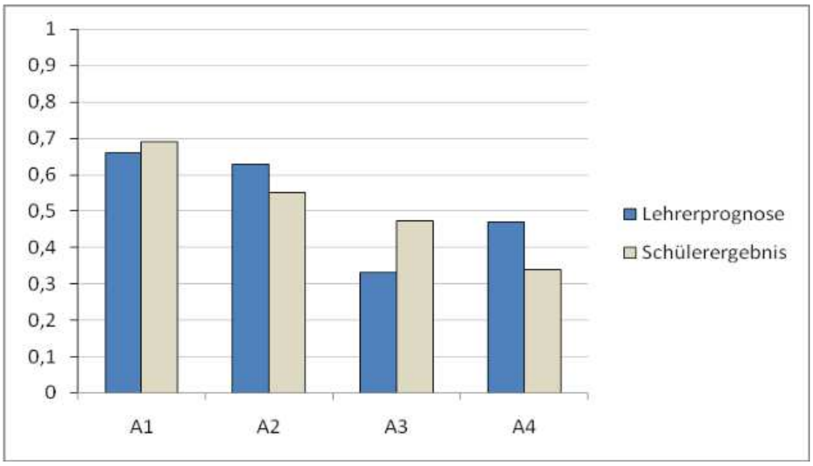
Wenn wir die Ergebnisse noch getrennt nach den „guten“, „mittleren“ und „schwachen“ Schülern auflisten:



Insbesondere zeigt sich, dass vor allem die „guten“ Schüler auch die guten Schüler bei dem TC-Test waren. Überraschend sind dagegen die Ergebnisse beim Vergleich der „mittleren“ und „schwachen“ Schüler. Hier zeigt sich – bei den Aufgaben 2, 3 und 4 – kein Unterschied bzw. es ist gar ein – leichter – Trend abzulesen, dass die „schwachen“ Schüler besser abgeschnitten haben.

Ergebnis: *Dieses Ergebnis bestätigt das Ergebnis der letzten Jahre bei dem Modellversuch in Klasse 10. Die „schwachen“ Schüler können durchaus Fähigkeiten zeigen, die sich bei einem TC-freien Test nicht zeigen konnten. Sie können den TC bewusst dort einsetzen, wo er ihnen eine Hilfe sein kann. Insbesondere zeigt sich nicht der immer wieder zitierte „Schereneffekt“, dass die Leistung zwischen guten und schlechten Schülern beim TC-Einsatz weiter auseinandergeht.*

Die Lehrkräfte der Modellklassen haben vor dem Test eine Prognosse abgegeben, zu welchem Prozentsatz sie vermuten, dass die Aufgaben von den Schülern gelöst werden. In dem folgenden Diagramm sind sowohl die Lehrerprognosen (dunkle Balken) als auch die tatsächlichen richten Schülerlösungen eingetragen.



Die Lehrergruppe schätzte Aufgabe 3 als die schwerste Aufgabe ein, tatsächlich war für die Schüler die Aufgabe 4.

Im Folgenden werden die Ergebnisse der Schülerfragebögen aufgelistet, die die Schüler *unmittelbar nach* dem 25-minütigen Test beantwortet haben. Der Schülerfragebogen begann mit einigen Einschätzungsfragen.

		Anteil JA-Antworten
F1	Haben Sie den TC bei der Bearbeitung der Aufgabe als Hilfe empfunden?	0,79
F2	Hatten sie Schwierigkeiten, den Einsatz des TC in ihrer Lösung schriftlich zu dokumentieren?	0,44
F3	Hatten Sie Schwierigkeiten mit der Bedienung des TC?	0,40
F4	Würde Sie der Aussage zustimmen, dass der TC Ihnen beim Bearbeiten der Aufgaben ein Gefühl der Sicherheit gegeben hat?	0,54
F5	Wenn Sie an den bisherigen Unterricht mit dem TC denken, empfinden Sie ihn als interessant?	0,60
F6	Haben Sie den TC schon einmal im Unterricht in einer vergleichbaren Aufgabenstellung eingesetzt?	0,78

Signifikante Unterschiede zwischen Jungen und Mädchen ($t = 0{,}0001$) gibt es nur bei der Frage F5, der mehr Jungen zustimmen als Mädchen. Diese Unterschiede sind aber höchst signifikant. 50 % Zustimmung bei den Mädchen und 76 % Zustimmung bei den Jungen.

Dann enthielt der Fragebogen (Siehe Anhang) explizite Fragen zu den einzelnen Aufgaben:

Aufgabe 1:

Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge der Funktion $f : x \mapsto \frac{2x^2 - 6x + 4}{x^2 + 2x - 2}$.

Wo haben Sie im Verlauf der Bearbeitung der Teilaufgabe den TC eingesetzt?	Zu Beginn	Während	Am Ende
	0,35	0,42	0,13

Bei allen Fragen waren Mehrfachantworten möglich.

Wenn Sie den TC eingesetzt haben, was haben Sie damit gemacht?	Lösungsformel eingetippt	solve	factor	Zeros	Sonstiges
	0,06	0,52	0,10	0,16	0,07

Wenn Sie den TC nicht eingesetzt haben, aus welchen Gründen?	wäre keine Hilfe gewesen	händisch war ich schneller	nicht gewusst, wo	nicht auf die Idee gekommen	Sonstiges
	0,10	0,12	0,13	0,00	0,06

Aufgabe 2:

Bestimmen Sie den Grenzwert $\lim\limits_{|x|\to\infty} \frac{x^2-7x+1}{-3x^2+5x}$.

Wo haben Sie im Verlauf der Bearbeitung der Teilaufgabe den TC eingesetzt?	Zu Beginn	Während	Am Ende
	0,34	0,28	0,10

Wenn Sie den TC eingesetzt haben, was haben Sie damit gemacht?	Graph angesehen	Limit	Wertetabelle angesehen	Funktionswerte berechnet	Sonstiges
	0,17	0,47	0,01	0,03	0,05

Wenn Sie den TC nicht eingesetzt haben, aus welchen Gründen?	wäre keine Hilfe gewesen	händisch war ich schneller	nicht gewusst, wo	Anhand des Terms erkennt man den Grenzwert sofort	lieber händisch gerechnet	Sonstiges
	0,07	0,08	0,10	0,04	0,10	0,01

Aufgabe 3

Gegeben ist die Funktionenschar $f_a : x \mapsto \frac{a \cdot x + 2}{x^2 - 4}$ mit $a \in R^+$. Untersuchen Sie das Verhalten von f_a an der Stelle x =2

Wo haben Sie im Verlauf der Bearbeitung der Teilaufgabe den TC eingesetzt?	Zu Beginn	Während	Am Ende
	0,24	0,31	0,08

Wenn Sie den TC eingesetzt haben, was haben Sie damit gemacht?	Graph angesehen	Wertetabelle	Limit	h-Methode mit TC	einseitige Grenzwerte	Factor	Sonstiges
	0,28	0,02	0.13	0,02	0,03	0,07	0,04

Wenn Sie den TC nicht eingesetzt haben, aus welchen Gründen?	wäre keine Hilfe gewesen	händisch war ich schneller	nicht gewusst, wo	Lieber händisch gerechnet	nicht auf die Idee gekommen	Sonstiges
	0,10	0,09	0,16	0,09	0,04	0,06

Aufgabe 4

Geben Sie eine begründete Vermutung über die Symmetrie des Graphen der Funktion
$\mathbf{f : x \mapsto \frac{x^2 - 4x + 9}{x^2 - 4x + 5}}$ an.

Wo haben Sie im Verlauf der Bearbeitung der Teilaufgabe den TC eingesetzt?	Zu Beginn	Während	Am Ende
	0,43	0,37	0,09

Wenn Sie den TC eingesetzt haben, was haben Sie damit gemacht?	Graph angesehen	Wertetabelle angesehen	Terme umgeformt	Sonstiges
	0,75	0,06	0,06	0,05

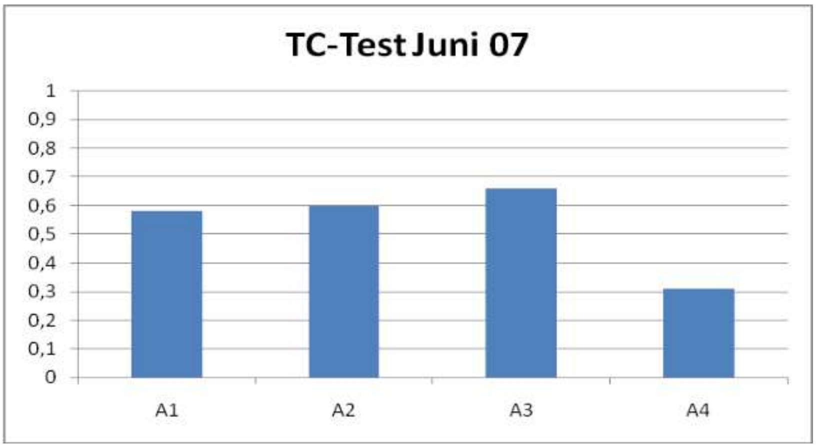
Wenn Sie den TC nicht eingesetzt haben, aus welchen Gründen?	wäre keine Hilfe gewesen	händisch war ich schneller	nicht gewusst, wo	Lieber händisch gerechnet	nicht auf die Idee gekommen	Sonstiges
	0,02	0,03	0,07	0,03	0,01	0,04

Die Aufgabe 4 ist aus mehreren Gründen interessant. Zum einen ist der Anteil derjenigen, die zu Beginn den Graph angesehen haben, sehr hoch (75 %). Die Aufgabe wird aber nur von ca. 30 % der Schüler gelöst. Den Schülern fehlte hier eine Strategie zur Lösung dieser Aufgabe. Deshalb ist hier sehr häufig zu beobachten, dass auf einen Standardwerkzeugkasten zurückgegriffen wird. Es wird eine Kurvendiskussion begonnen, es werden Ableitungen und Grenzwerte (gegen Unendlich) berechnet, ohne dass ein Bezug zur Aufgabe gesehen wird. Die Schwierigkeit der Aufgabe 4 liegt wohl vor allem darin, dass den Schülern ein Algorithmus zur Beantwortung dieser Frage fehlt.

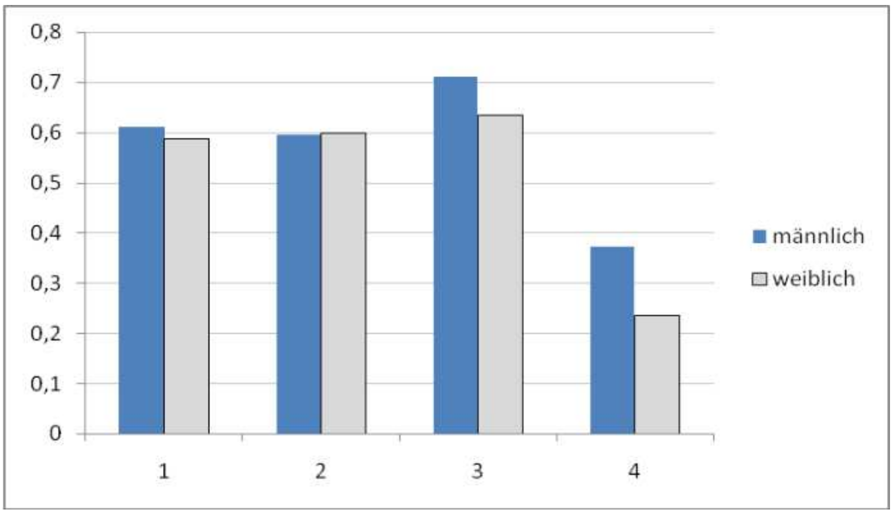
Zu diesem Verhalten ist dem Korrektor dieser Aufgabe – Martin Brüning – ein sehr schöner Vergleich eingefallen:
„In Süd Namibia lebt in der Savanne die Spezies Erdmännchen. Ich habe in einer Tierdokumentation beobachtet, wie Erdmännchen versuchten, ein Straußenei zu knacken. Dabei machen diese Tiere von Problemlösestrategien Gebrauch, die sich in ihrem alltäglichen Leben bewährt haben. Instinktiv versuchte das Erdmännchen das Problem durch Graben zu lösen. Da sich viele andere Problem im Leben des Erdmännchen durch graben lösen lassen, beginnt es damit, rings um und unter dem Ei ohne System Löcher zu graben und wieder zuzuschütten, in der Hoffnung, so an den Inhalt des Eies zu gelangen.“
Das Tröstliche an dieser Geschichte ist aber, dass Erdmännchen lernfähig sind. Wenn sie nämlich andere Tiere beobachten, die die Straußeneier aufklopfen, so übernehmen sie sehr bald deren Strategie!

Ergebnisse: *Der Rechner wird vor allem zu Beginn und während der Problemlösung eingesetzt. Dies zeigt zum einen die sinnvolle Strategie, dass man sich zunächst – meist mit dem Graph – einen Überblick über den Graph der Funktion verschafft. Sobald die Aufgabenstellung klar gegeben ist, wird der Rechner auch auf der symbolischen Ebene zielgerichtet eingesetzt. Bei offenen oder etwas ungewohnten Fragen – Aufgabe 4 – kann der Rechner allerdings auch zu einem „Ablenkungsgerät“ werden, in dem Funktionen getestet werden, die nichts mit der Fragestellung zu tun haben.*
Ferner zeigt sich, dass diejenigen, die den Rechner ***nicht*** *eingesetzt haben, meist mehrere Gründe dafür angeben, was auf die Unsicherheit dieser Schüler beim Rechnereinsatz hindeutet.*

5.2 Der Juni-Test
In dem folgenden Diagramm ist der Prozentsatz an richtigen Antworten pro Aufgabe eingetragen.

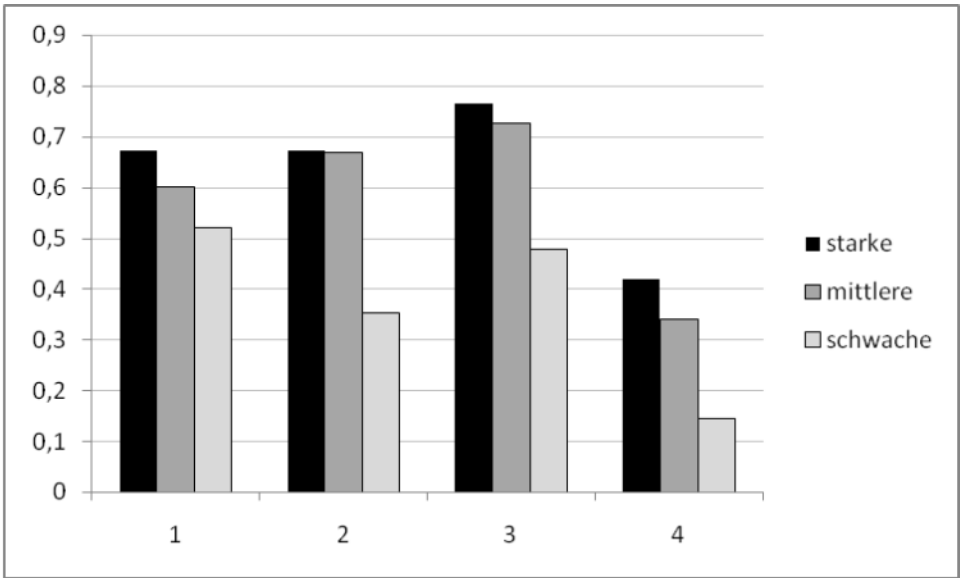


Wenn wir Schüler und Schülerinnen unterscheiden, dann erhalten wir das Ergebnis:



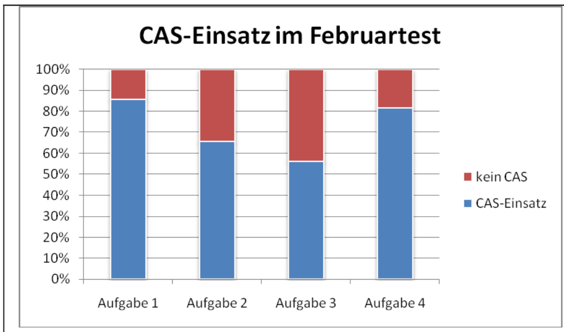
Etwas überraschend ist der Unterschied zwischen Mädchen und Jungen bei der 4. Aufgabe. Wir führen das auf einen etwas früheren „Ermüdungseffekt“ im Rechnereinsatz bei den Mädchen zurück. Evtl. wirkt sich hier auch das geringere Interesse der Mädchen aus, sich zum Ende des Tests noch einmal auf eine schwere Problemstellung einzulassen.

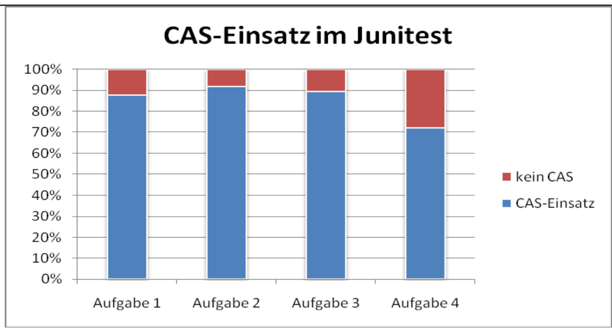
Wenn wir die Ergebnisse noch getrennt nach den „guten“, „mittleren“ und „schwachen“ Schülern auflisten:



Hier ist das deutlich schlechtere Abschneiden der „schwachen“ Schüler offensichtlich. Damit erhält man bei diesem Test ein anderes Ergebnis als beim Feburar-Test. Nun sind die „schwachen“ Schüler auch diejenigen, die besonders häufig angeben, dass sie Schwierigkeiten mit der Bedienung des Rechners hatten. Es kann zum einen sein, dass diese Schüler fachliche Schwierigkeiten mit den Aufgaben hatten (so geben dies die Projektlehrkräfte in den Online-Befragungen an), zum anderen hatten sie aber auch mit der Bedienung des TC Schwierigkeiten. Die Kombination aus diesen beiden Aspekten hat wohl bei den komplexen Problemstellungen zu dem schlechten Resultat geführt.
Leider steht der TC in manchen Klassen den Schülern in der folgenden Jahrgangsstufe 12 *nicht* mehr zur Verfügung, Dieser Aspekt darf nicht unterschätzt werden, da er sicherlich Einfluss auf die Akzeptanz und die Bereitschaft hatte, sich mit dem TC intensiver auseinanderzusetzen.
Interessant ist das Ergebnis der Aufgabe 4. Es handelt sich hierbei um einen Funktionstyp (Logarithmusfunktion), welcher in der Jahrgangsstufe 11 nicht behandelt wird. Auch die Ableitung der Logarithmusfunktion (welche zur Monotoniebestimmung verwendet wird) ist den Schülern nicht bekannt. Hier ist es also erforderlich, will man eine Lösung erreichen, den TC als Hilfsmittel in „unbekanntem Terrain“ einzusetzen. Dies führt immerhin bei knapp einem Drittel der Schüler zu einer Lösung der Aufgabe. Überraschend ist hier das signifkant bessere Abschneiden der männlichen Schüler.

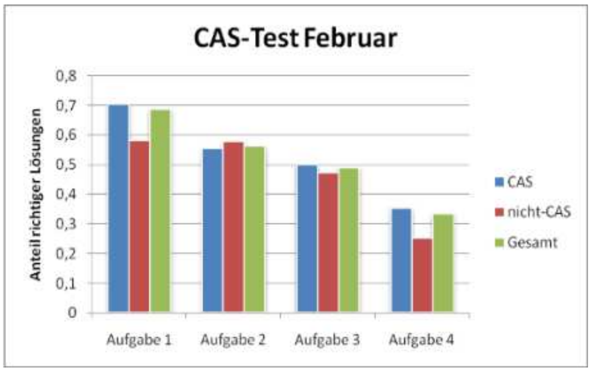
Wenn wir die Schülerfragebogen dahingehend analysieren, ob der einzelne Schüler bei dem Test den TC eingesetzt hat oder nicht (dies war den Schülern freigestellt), dann zeigt sich deutlich, dass im Juni (also nach – fast – einem Jahr) der TC wesentlich häufiger zur Lösung der Aufgaben eingesetzt wird als noch im Februar (also etwa nach einem halben Jahr).

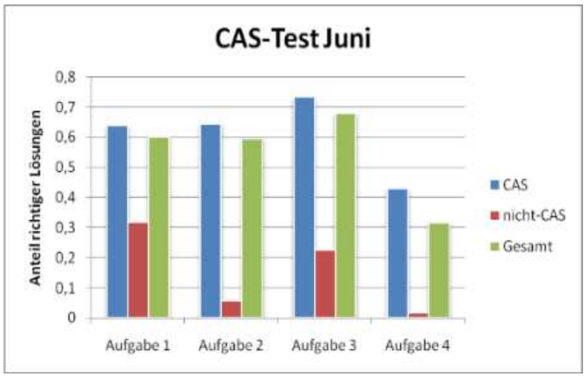




Anteil der Schülerinnen und Schüler, die – nach eigenen Angaben – zur Bearbeitung des TC-Tests den Rechner bei den einzelnen Aufgaben auch tatsächlich eingesetzt haben.

Trägt man auf, wie hoch der Prozentsatz der erreichten Punkte dieser beiden Gruppen in den Aufgaben jeweils war, so ergibt sich folgendes Bild:

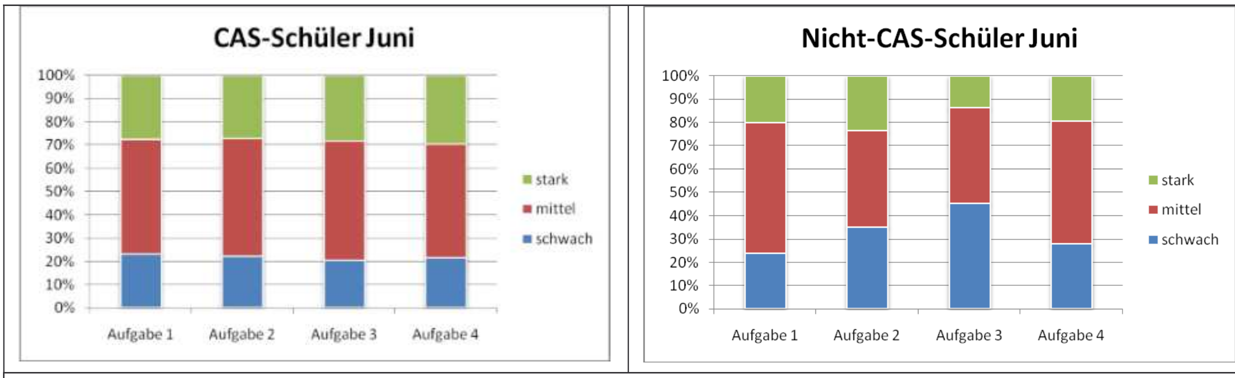




Mittlere erreichte Punktezahl bei den Aufgaben getrennt nach Schülerinnen und Schülern, die CAS eingesetzt haben und die CAS nicht eingesetzt haben (zusätzlich ist noch jeweils die gesamte mittlere Punktezahl aufgetragen)

Hier zeigt sich, dass im Juni diejenigen Schülerinnen und Schüler, welche CAS bei der Lösung der Aufgaben eingesetzt haben, deutlich besser abgeschnitten haben als diejenigen, die CAS nicht eingesetzt haben. Wir führen dies darauf zurück, dass nach erst fast einem Schuljahr das Vertrauen in den TC sowie die Kenntnis seines gewinnbringenden Einsatzes als Werkzeug beim Lösen von Aufgaben bei den Schülerinnen und Schülern vorhanden ist.

Nun stellt sich die Frage, welchen Leistungsgruppen beim Juni Test diejenigen Schülerinnen und Schülern angehören, die CAS eingesetzt haben:

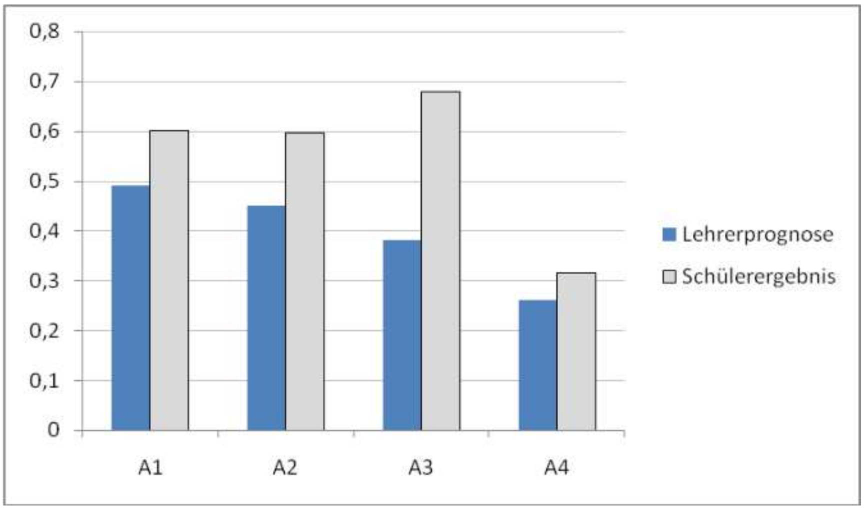


Aufteilung der Schülerinnen und Schüler, die im Juni-Test CAS eingesetzt bzw. nicht eingesetzt haben, nach den Leistungsgruppen des Vortests.

Es zeigt sich, dass der Anteil der leistungsschwächeren Schülerinnen und Schüler bei denjenigen, die CAS nicht eingesetzt haben, z.T etwas höher ist, sicher aber nicht in dem Maße, wie man es etwa erwarten würde.

Ergebnis: *Es dauert sehr lange, bis eine Vertrautheit der Schülerinnen und Schüler mit dem TC hergestellt ist, so dass er in Prüfungen auch tatsächlich verwendet wird. Dieses Vertrauen in den TC oder die Fertigkeit im Umgang damit ist nach einem halben Jahr(!) noch nicht hergestellt, sondern dies wird erst nach einer längeren Zeit erreicht. Gegen Ende des Schuljahres sind die „schwachen" Schüler allerdings sowohl mit den mathematischen Anforderungen als auch mit der Bedienung des TC eher überfordert.*

Wiederum haben die Lehrkräfte der Modellklassen vor dem Test eine Prognosse abgegeben, zu welchem Prozentsatz sie vermuten, dass die Aufgaben von den Schülern gelöst werden. In dem folgendne Diagramm sind sowohl die Lehrerprognosen (dunkle Balken) als auch die tatsächlichen richtigen Schülerlösungen eingetragen.

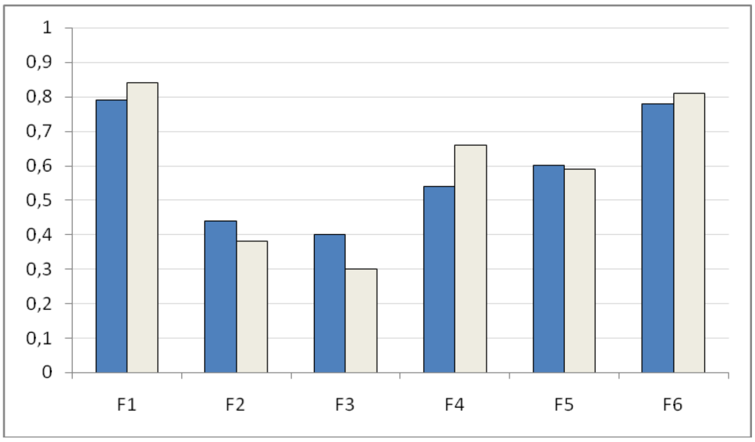


Auffällig ist das durchgehende Unterschätzen der Schülerleistungen, das besonders offensichtlich bei der 3. Aufgabe ist. Bei dieser Aufgabe ging es darum nachzuweisen, ob eine gegebene Gerade ($y = 2x-4$) eine Tangente an den Graphen der Funktion mit $f(x) = 1/2x^3 - x$ ist. Siehe nebenstehende Graphik. Bei dieser Aufgabe scheint zum einen der Graph der beiden Funktionen als auch die Möglichkeit den Schnittpunkt symbolisch mit dem Rechner bestimmen zu können, einen wichtigen Vorteil des TC darzustellen.

Im Folgenden werden die Ergebnisse der Schülerfragebögen aufgelistet, die die Schüler wiederum unmittelbar nach dem 25-minütigen Test beantwortet haben.

		Anteil JA-Antworten
F1	Haben Sie den TC bei der Bearbeitung der Aufgabe als Hilfe empfunden?	0,84
F2	Hatten sie Schwierigkeiten, den Einsatz des TC in ihrer Lösung schriftlich zu dokumentieren?	0,38
F3	Hatten Sie Schwierigkeiten mit der Bedienung des TC?	0,30
F4	Würde Sie der Aussage zustimmen, dass der TC Ihnen beim Bearbeiten der Aufgaben ein Gefühl der Sicherheit gegeben hat?	0,66
F5	Wenn Sie an den bisherigen Unterricht mit dem TC denken, empfinden Sie ihn als interessant?	0,59
F6	Haben Sie den TC schon einmal im Unterricht in einer vergleichbaren Aufgabenstellung eingesetzt?	0,81

Wenn wir diese Ergebnisse dem TC-Test vom Februar 2007 gegenüberstellen, so erhalten wir das folgende Ergebnis:



Die dunklen Balken sind die Antworten zum Fragebogen des Februar-Tests, die hellen Balken die des Juni-Tests.

Die Fragen F1 und F4 zeigen den Trend, dass der TC zum Ende des Schuljahres vertrauter geworden ist und die Schüler ihn verstärkt als Hilfe empfunden, der ihnen Sicherheit beim Bearbeiten der Aufgaben verleiht. Sowohl die Anzahl der Schülerinnen und Schüler, die Schwierigkeiten bei der Dokumentation der Lösungen (F3) als technischen Schwierigkeiten (F4) haben, ist immer noch hoch, verringert sich aber gegenüber dem Februartest.

Ergebnis: *Die Antworten der Schüler bestätigen, dass eine Vertrautheit mit dem neuen Werkzeug einen sehr langen Eingewöhnungsprozess erfordert. Nach einem Jahr des TC-Einsatzes wächst das Vertrauen in und die Vertrautheit mit dem TC, es gibt aber immer noch eine große Gruppe von Schülern, die technische Schwierigkeiten mit der Bedienung des Gerätes hat. Auch die Schwierigkeiten mit der Art und Weise der Dokumentation der Lösung verringern sich, bleiben aber immer noch auf einem hohen Niveau. Gerade dieser letzte Punkt wird eine fortwährende Herausforderung beim Arbeiten mit dem TC bleiben, da es keine algorithmische Lösung für die Vorgehensweise gibt.*

Zum Einsatz des Rechners bei den einzelnen Aufgaben:

Aufgabe 1:

Bestimmen Sie das Verhalten der Funktion $f: x \mapsto \frac{x-1}{x^2-1}$ an der Definitionslücke x = 1.

Wo haben Sie im Verlauf der Bearbeitung der Teilaufgabe den TC eingesetzt?	Zu Beginn	Während	Am Ende
	0,50	0,64	0,20

Wenn Sie den TC eingesetzt haben, was haben Sie damit gemacht?	Lösungsformel eingetippt	solve	Limit	Graph	Sonstiges
	0,07	0,30	0,56	0,51	0,11

Wenn Sie den TC nicht eingesetzt haben, aus welchen Gründen?	wäre keine Hilfe gewesen	händisch war ich schneller	nicht gewusst, wo	nicht auf die Idee gekommen	Sonstiges
	0,19	0,16	0,15	0,03	0,10

Aufgabe 2:

Bestimmen Sie Lage und Art des Extremwerts von $f: x \mapsto \frac{x^2-2}{(x+2)^2}$

Wo haben Sie im Verlauf der Bearbeitung der Teilaufgabe den TC eingesetzt?	Zu Beginn	Während	Am Ende
	0,49	0,72	0,20

Wenn Sie den TC eingesetzt haben, was haben Sie damit gemacht?	Graph angesehen	Ableitung	solve	Funktionswerte berechnet	Sonstiges
	0,49	0,73	0,47	0,35	0,09

Wenn Sie den TC nicht eingesetzt haben, aus welchen Gründen?	wäre keine Hilfe gewesen	händisch war ich schneller	nicht gewusst, wo	lieber händisch gerechnet	Nicht auf die Idee gekom-	Sonstiges

					kom-men	
	0,10	0,07	0,09	0,09	0,03	0,06

Aufgabe 3

Ist die Gerade mit der Gleichung y = 2x-4 Tangente an den Graphen von $f: x \mapsto \frac{1}{2} \cdot x^3 - x$?

Wo haben Sie im Verlauf der Bearbeitung der Teilaufgabe den TC eingesetzt?	Zu Beginn	Während	Am Ende
	0,48	0,64	0,19

Wenn Sie den TC eingesetzt haben, was haben Sie damit gemacht?	Graph angesehen	Wertetabelle	Solve	Tangente	Ableitung	Sonstiges
	0,61	0,03	0,37	0,10	0,43	0,05

Wenn Sie den TC nicht eingesetzt haben, aus welchen Gründen?	wäre keine Hilfe gewesen	händisch war ich schneller	nicht gewusst, wo	Lieber händisch gerechnet	nicht auf die Idee gekommen	Sonstiges
	0,10	0,09	0,10	0,08	0,04	0,04

Aufgabe 4

Geben Sie das Monotonieverhalten der Funktion $f: x \mapsto 1 - (\ln x)^2$ für x > 0 an.

Wo haben Sie im Verlauf der Bearbeitung der Teilaufgabe den TC eingesetzt?	Zu Beginn	Während	Am Ende
	0,40	0,55	0,15

Wenn Sie den TC eingesetzt haben, was haben Sie damit gemacht?	Graph angesehen	Wertetabelle angesehen	Ableitung	Sonstiges
	0,48	0,06	0,42	0,13

Wenn Sie den TC nicht eingesetzt haben, aus welchen Gründen?	wäre keine Hilfe gewesen	händisch war ich schneller	nicht gewusst, wo	Lieber händisch gerechnet	nicht auf die Idee gekommen	Sonstiges
	0,13	0,06	0,16	0,05	0,06	0,10

Ergebnis: *Bei der Art und Weise des TC-Einsatzes sind zwei Strategien auffällig. Zum einen nimmt das Betrachten des Graphen zu Beginn der Aufgabe und zum anderen das Kontrollieren der Lösung – meist auch mit dem Graphen – am Ende der Aufgabe zu. Sobald diese beiden Strategien erkannt und entwickelt sind, werden sie von den meisten Schülern routinemäßig eingesetzt. Das ist – zumal hier die Aufgaben immer noch dem Bereich der sog. „Kurvendiskussion" entstammen – eine durchaus unterstützungswerte Praxis. Allerdings sollten, wie alle kalkülhaften Vorgehensweisen im Mathematikunterricht, immer wieder kritisch nach ih-*

rer Bedeutung und ihren Einsatzmöglichkeiten hinterfragt werden. Metakognitivem Wissen kommt bei der Benutzung eines derart mächtigen Werkzeugs wie dem TC eine noch größere Bedeutung zu.

6. Die Wertungsfragebögen von Schülern und Lehrern

Sowohl mit den unterrichtenden Lehrern als auch den Schülern wurde ein Online-Fragebogen ausgefüllt. Die Lehrkräfte haben einen Bewertungsfragebogen am Ende des Schuljahres und darüber hinaus einen monatlichen Online-Frage ausgefüllt.
Die prozentualen Auflistungen sind im Anhang gegeben. Es lassen sich folgende zentrale – aus den Daten interpretierte - Ergebnisse ablesen:

6.1 Der Lehrerfragebogen

Der Bewertungsfragebogen *am Ende des Schuljahres* ergab – in Kurzform zusammengefasst – folgende Ergebnisse:

- In allen Klassen wurde der Rechner – bei manchen Arbeiten evtl. nur teilweise – zugelassen.
- 60 % der Lehrkräfte sind der Meinung, dass sich die Inhalte gegenüber dem traditionellen Unterricht nicht verändert haben, nur 40 % sehen Veränderungen in ihrem Unterricht.
- 70 % der Lehrer sind der der Meinung, dass sich die Methodik des Unterrichts verändert hat.
- Fast alle Lehrer sind der Meinung, dass sich die Chancen der Schüler verbessert haben, die Inhalte zu verstehen.
- Die Hälfte der Lehrkräfte ist der Meinung, dass es zentral ist, dass der TC immer zur Verfügung steht.
- Der Computerraum wird nur von zwei Lehrkräften noch regelmäßig benutzt und fast alle arbeiten lieber mit dem TC als im Computerraum.
- Bei der Einführung des Rechners haben 2/3 der Lehrkräfte bei der Bedienung des TC stets nur das erklärt, was gerade aktuell benötigt wurde.
- Bis auf eine Lehrkraft haben alle die Meinung vertreten, dass sie auch weiterhin mit dem TC arbeiten möchten.[3]

Die *monatliche Umfrage* ergab die folgenden Ergebnisse:

- Die Lehrkräfte schätzen das „Empfinden“ der Schüler gegenüber dem TC eher positiv ein
- Bei 13 % der Lehrer wird der TC jede Stunde, bei 46 % jede zweite Stunde eingesetzt.
- Der TC wird vor allem als Funktionsplotter (88 % gaben an, dass sie ihn hierzu einsetzen), aber auch zum algebraischen Gleichungslösen (73 %) und zu Termumformungen (65 %) eingesetzt. Das graphische Gleichungslösung kommt vergleichsweise seltener vor (35 %).

[3] Diese eine Lehrkraft hat allerdings die Frage falsch aufgefasst, und verneinte die Frage, da sie nicht mehr weiterarbeiten könne, da sie im kommenden Schuljahr keine TC-Klasse mehr bekäme.

- Der TC wird vor allem zum Üben (75 %) und zum Visualisieren (75 %) eingesetzt.
- Wenn der TC eingesetzt wird, dann wird selbsttätig (71 %), alleine (56 %) oder in Gruppen (50 %) gearbeitet.
- Dem Rechner wird eine hohe Bedeutung als Kontrollinstrument in der Hand des Schülers beigemessen.
- Den Hauptaspekt bei den Problemen mit dem TC sehen die Lehrer im mangelnden Wissen um die Bedienung des Gerätes.

Ergebnis: *Der TC wird von den Lehrkräften als ein gewinnbringendes neues Werkzeug angesehen. Es verändert die Unterrichtsmethodik, liefert die Chance für die Integration neuer Inhalte oder zumindest für eine neue Behandlung alter Inhalte und dient den Schülern als Visualisierungs- und Kontrollinstrument. Der Rechner wird i. A. überlegt und sehr verhalten eingesetzt. Neben der Verwendung des TC als Funktionsplotter wird als Gleichungslöser und Termumformer eingesetzt, es wird also insbesondere die Komponente der Computeralgebra des TC verwendet. Numerische und graphische Methoden scheinen eine eher untergeordnete Rolle zu spielen.*

7. Der Rechnereinsatz in Klassenarbeiten – Siehe Anhang.
Die Aufgaben der Klassenarbeiten geben zumindest einen Einblick in die Aufgaben, die im Unterricht behandelt wurden. Im Folgenden seien einige Problemstellung aufgelistet, die – gegenüber traditionellen Aufgaben – eine neue Komponente beinhalten, indem sie ohne Rechner von den Schülern nicht zu lösen sind.

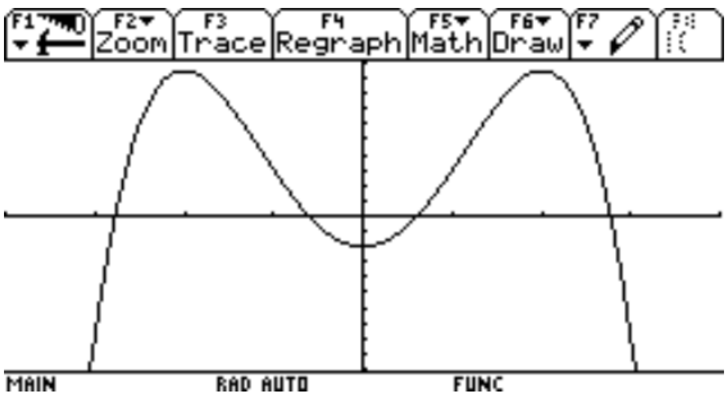
Neue Aufgabenstellungen:

1. Polynomfunktion
Geben Sie alle Nullstellen von f(x) inklusive deren Vielfachheiten an!

$$f(x) = -x^6 + 4x^4 - 8x^3 + 15x^2 - 16x + 6 \quad ; D_f = IR$$

2. Bestimmung eines Funktionsterms

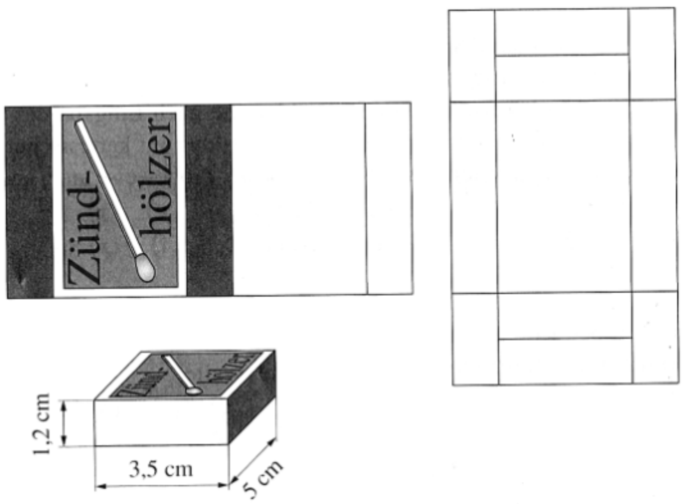
Bestimmen Sie den Funktionsterm einer ganzrationalen Funktion, die etwa den gezeigten Graph besitzt ($x \in [-4;4]$; $y \in [-10;10]$). Begründen Sie Ihre Wahl des Ansatzes, geben Sie die Koordinaten der verwendeten Stützpunkte und den resultierenden Funktionsterm an und berechnen Sie den Funktionswert für



$x = -1$.
Interpretieren Sie Besonderheiten, die sich in den Koeffizienten der gefundenen ganzrationalen Funktion zeigen, im Zusammenhang mit dem Graph.

3. Extremwertaufgabe

Unsere Zündholzschachteln haben die Abmessungen $L = 5\,\text{cm}$, $B = 3{,}5\,\text{cm}$, $H = 1{,}2\,\text{cm}$. Sie werden nach der abgebildeten Bauanleitung gefaltet. Könnten wir bei gleicher Länge, gleichem Volumen und gleicher Bauweise mit weniger Material (d. h. Fläche) auskommen?



Eine Auswertung und Evaluation der Schulaufgaben und insbesondere der Schülerlösungen konnte aus Zeitgründen leider noch nicht vorgenommen werden. Das wird Herr Bichler im Rahmen seiner Dissertation nachholen.

8. Zusammenfassung der Ergebnisse:
Wir fassen hier nochmals die zentralen Ergebnisse dieses einjährigen Schulversuchs zusammen, jedenfalls mit den Daten, die bereits ausgewertet sind. Weitere Auswertungen und Untersuchungen werden in der Dissertation von E. Bichler vorgenommen.

- **Vor- und Nachtest**. Es ergeben sich keine Unterschiede zwischen Modell- und Kontrollklassen bei dem – in traditioneller Art und Weise mit Papier und Bleistift geschriebenem technologiefreien – Vor- und Nachtest. Dies ist im Hinblick auf den zukünftigen TC-Einsatz einerseits erfreulich, da offensichtlich das „klassische Arbeiten“ (Term umformen, Gleichungen lösen) mit Papier und Bleistift nicht verlernt wird. Es hat sich andererseits aber auch die Hoffnung nicht erfüllt, dass sich die Schülerinnen und Schüler der Modellklassen im Umgang mit und Interpretieren von Graphen stärker verbessern als die Schüler der Kontrollklassen. Es ist allerdings eine offene Frage, ob die Schülerinnen und Schüler der Modellklassen durch die weitgehend klassischen Testaufgaben evtl. unterfordert oder nicht genügend motiviert waren,

- **Polarisierung**. Beim Arbeiten mit neuen Technologien tritt eine Polarisierung ein, indem einige Schüler stark vom TC-Einsatz profitieren, wohingegen für andere Schüler der TC-Einsatz leistungshemmend oder gar –mindernd ist.
  Die Polarisierung zeigt sich auch bei der Einschätzung der Schülerinnen und Schüler ihres Arbeitens mit dem TC. Zwei Drittel der Schüler sind der Meinung, dass der TC ihnen eine Hilfe war und Sicherheit gegeben hat und sie stufen den Unterricht auch als „interessant“ ein. Etwa ein Drittel der Schüler kann sich dieser Meinung nicht anschließen.

- **Art des Rechnereinsatzes**. Wenn der Rechner eingesetzt wird, dann vor allem zu Beginn und bei der Problemlösung und weniger zur Kontrolle. Unbekannte Problemstellungen führen zu einem – manchmal ziellosen – Ausprobieren von bekannten Routinen. Die Gründe für das Nichteinsetzen des Rechners sind zum einen die Unsicherheit der Schüler im – technischen – Umgang mit dem Gerät und zum anderen das mangelnde Wissen über problemadäquates Einsetzen des Gerätes.

- **Eingewöhnungszeit**. Überraschend ist, dass es über ein halbes Jahr gedauert hat, bis die Vertrautheit mit dem Rechner so hergestellt ist, dass die Schülerinnen und Schüler dieses Werkzeug in Prüfungen auch nutzen. In der 11. Klasse zeigt sich gegen Ende des Schuljahres auch die Überforderungen mancher Schüler. Dies betrifft auch die Handhabung des Rechners.
  Mit der Vertrautheit des Rechners zeigt sich auch ein verstärkt kalkülhafter Einsatz des Rechners. Gegen Ende des Schuljahres wird er regelmäßig zu Beginn der Aufgabe (Graph als Überblick) und am Ende als Kontrolle der Lösung eingesetzt.

- **Ansicht der Lehrer**. Die Lehrer sehen den TC als ein hilfreiches Werkzeug im Unterricht an, das Auswirkungen auf die Unterrichtsmethodik und die Sozialformen hat. Seitens der Lehrer wird er vor allem als Funktionsplotter und als symbolisches Werkzeug (Termumformungen, Gleichungslösen) eingesetzt. Graphische und numerische Verfahren zur Problemlösung haben eine untergeordnete Bedeutung.

Würzburg, 12. 2. 2008

Prof. Dr. Hans-Georg Weigand