



Einfluss externer multipler und dynamischer Repräsentationen auf Schülerargumentationen

11.03.2014 – Andreas Bauer
Tagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik in Koblenz



Was ist eine Repräsentation?

„Eine Repräsentation ist zuerst einmal etwas, das für etwas anderes steht.“

Palmer (1978), S. 262



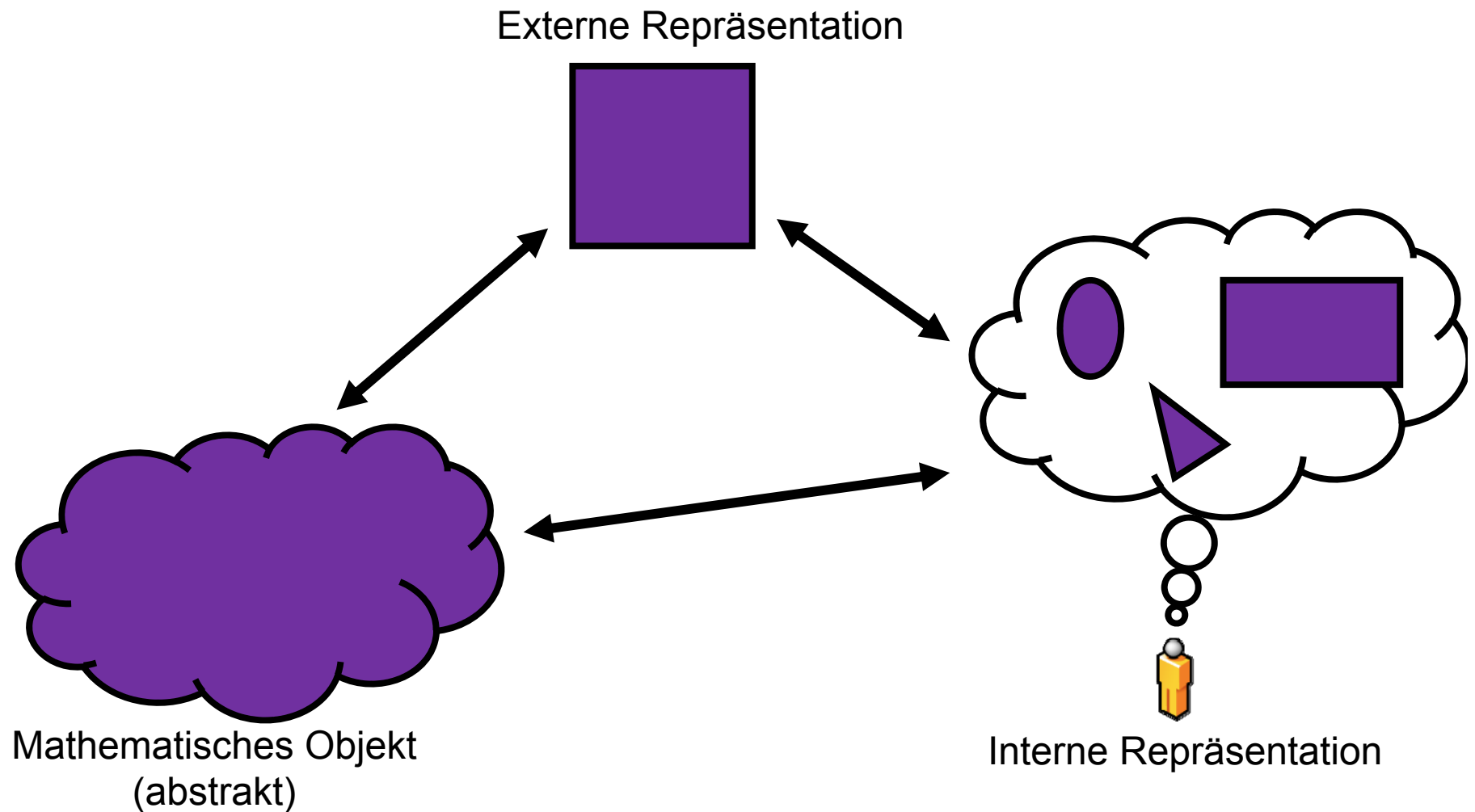
Was ist eine Repräsentation?

„Ein Zeichen ist etwas, das *für einen Geist* für ein anderes Ding steht.“

Peirce (2000), S. 188

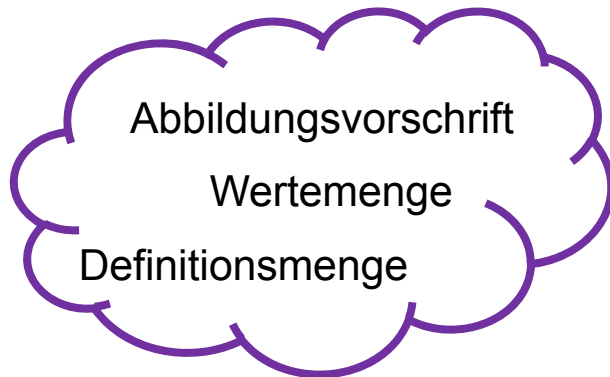
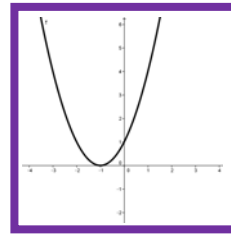


Was ist eine Repräsentation?

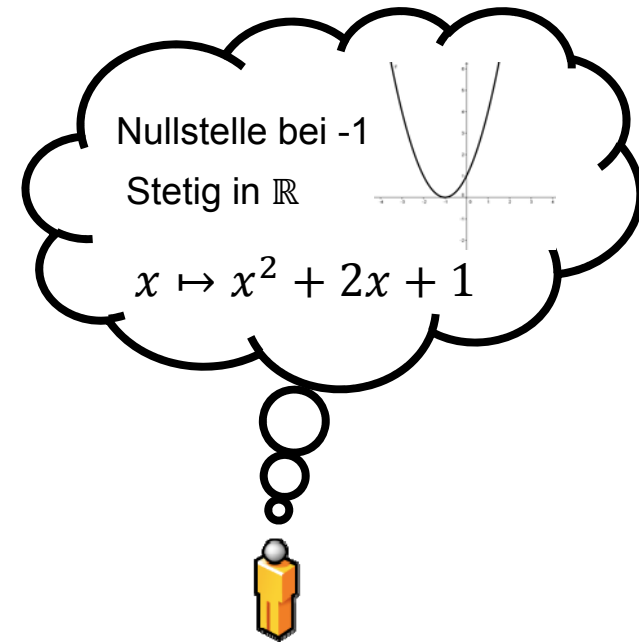


Was ist eine Repräsentation?

Externe Repräsentation:
Funktionsgraph



Mathematisches Objekt:
Funktion

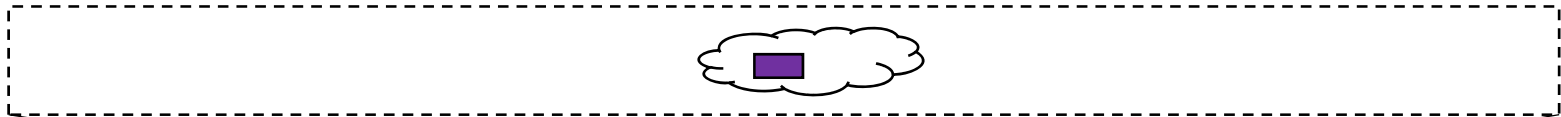


Interne Repräsentation

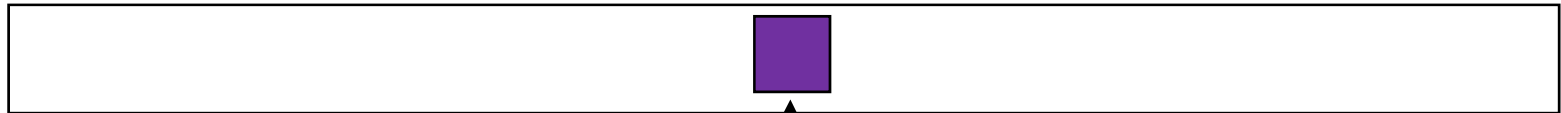


Was ist eine Repräsentation?

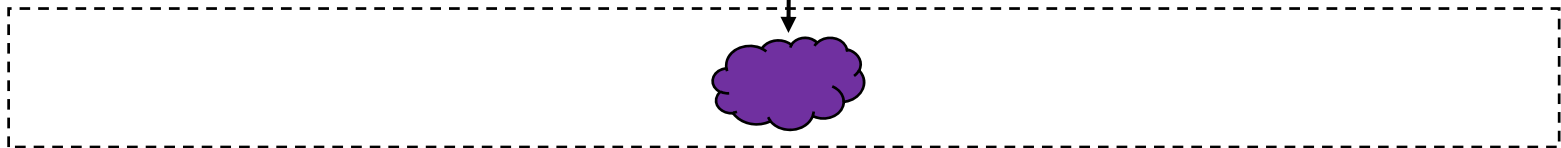
Interne
Repräsen-
tationen



Externe
Repräsen-
tationen

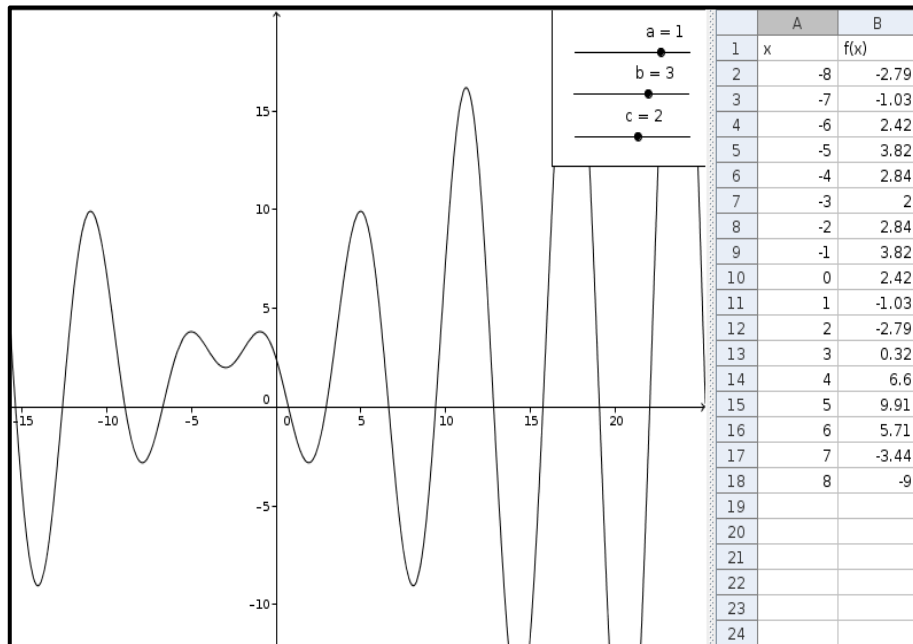


Math.
Objekte





Motivation



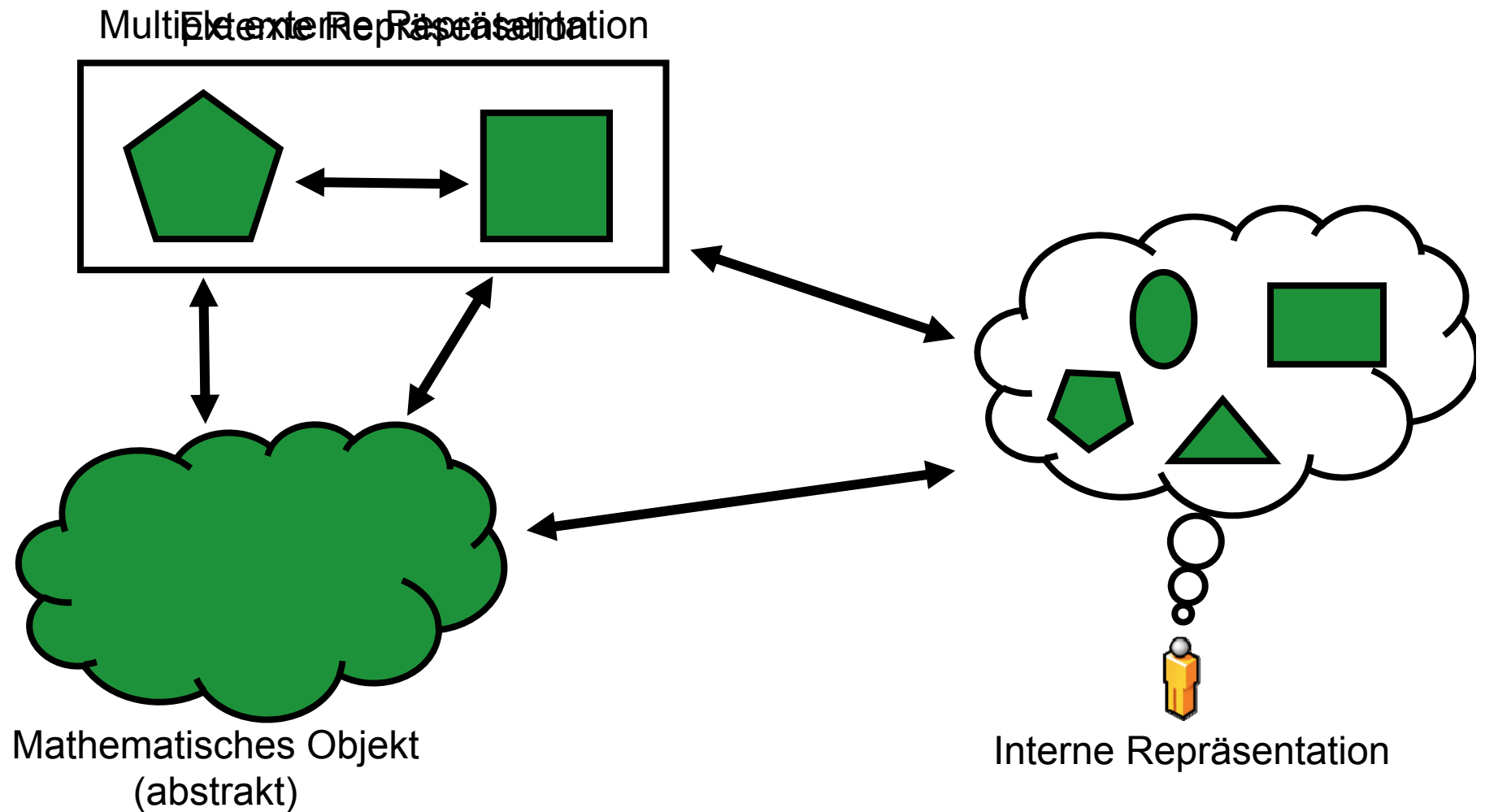


Definition: MER

Eine **multiple externe Repräsentation** (MER) liegt vor, wenn unterschiedliche Repräsentationen, die das gleiche Bezugsobjekt besitzen, gemeinsam dargestellt werden.



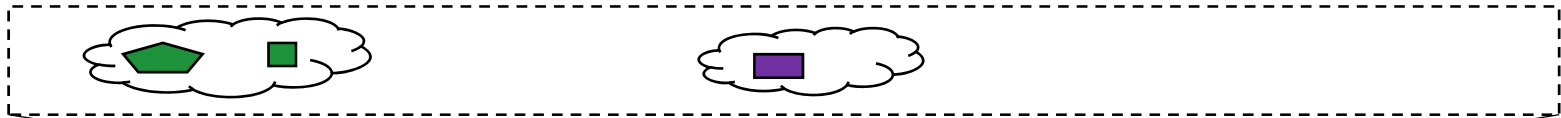
Taxonomie der Repräsentationen



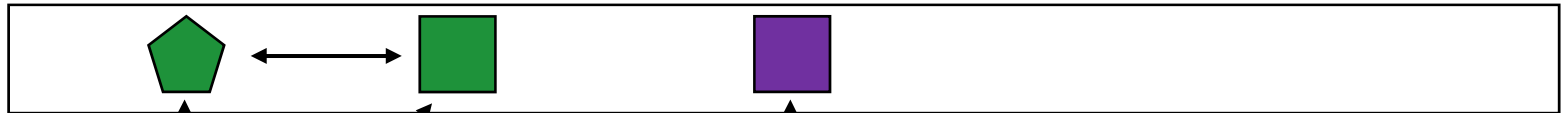


Taxonomie der Repräsentationen

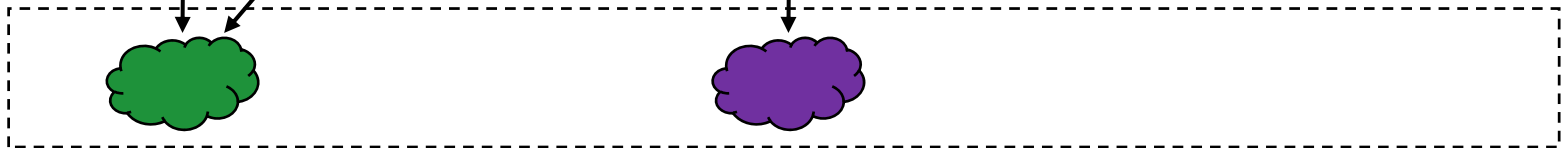
Interne Repräsentationen



Externe Repräsentationen



Math. Objekte





Definition: DER

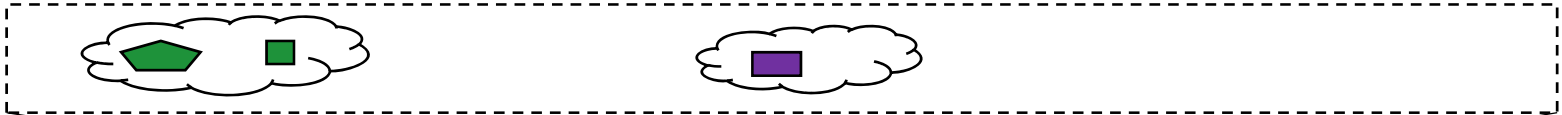
Eine **dynamische externe Repräsentation** (DER) liegt vor, wenn sich eine gezeigte Repräsentation während der Betrachtung verändert oder verändern lässt.

Dabei kann sich die Art der Repräsentation ändern oder auch die Eigenschaften des dargestellten mathematischen Objekts (Variation).

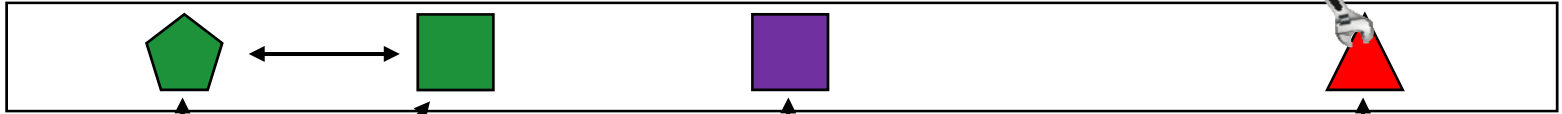


Taxonomie der Repräsentationen

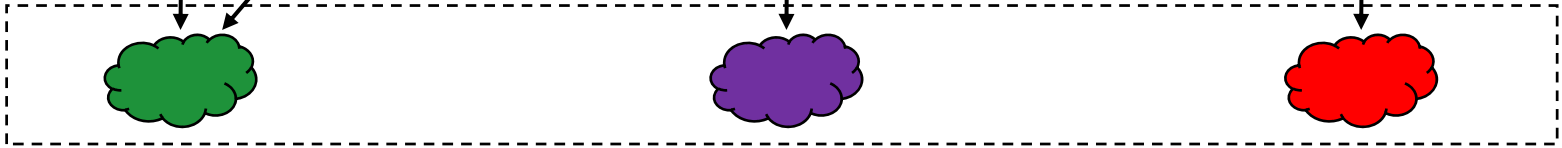
Interne Repräsentationen



Externe Repräsentationen



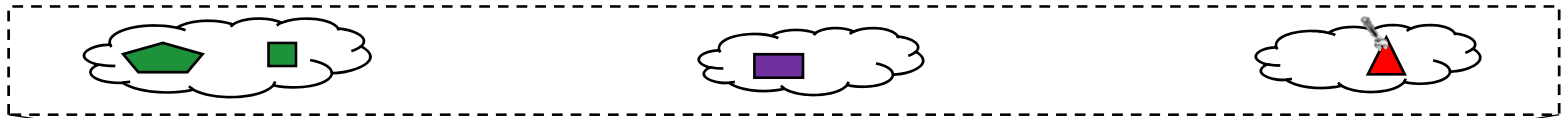
Math. Objekte



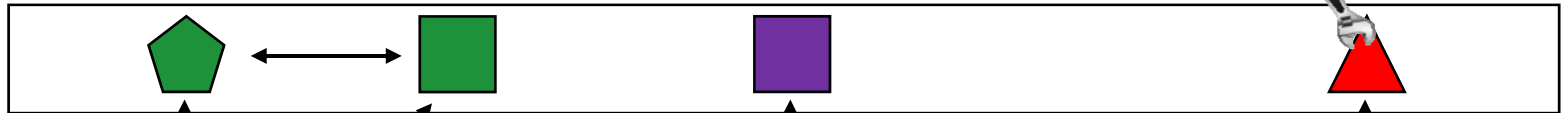


Taxonomie der Repräsentationen

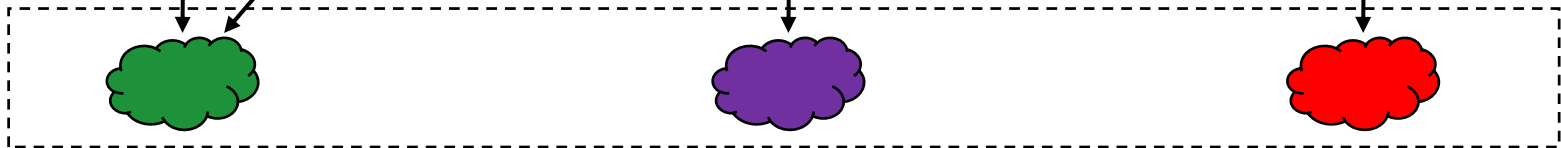
Interne Repräsentationen



Externe Repräsentationen

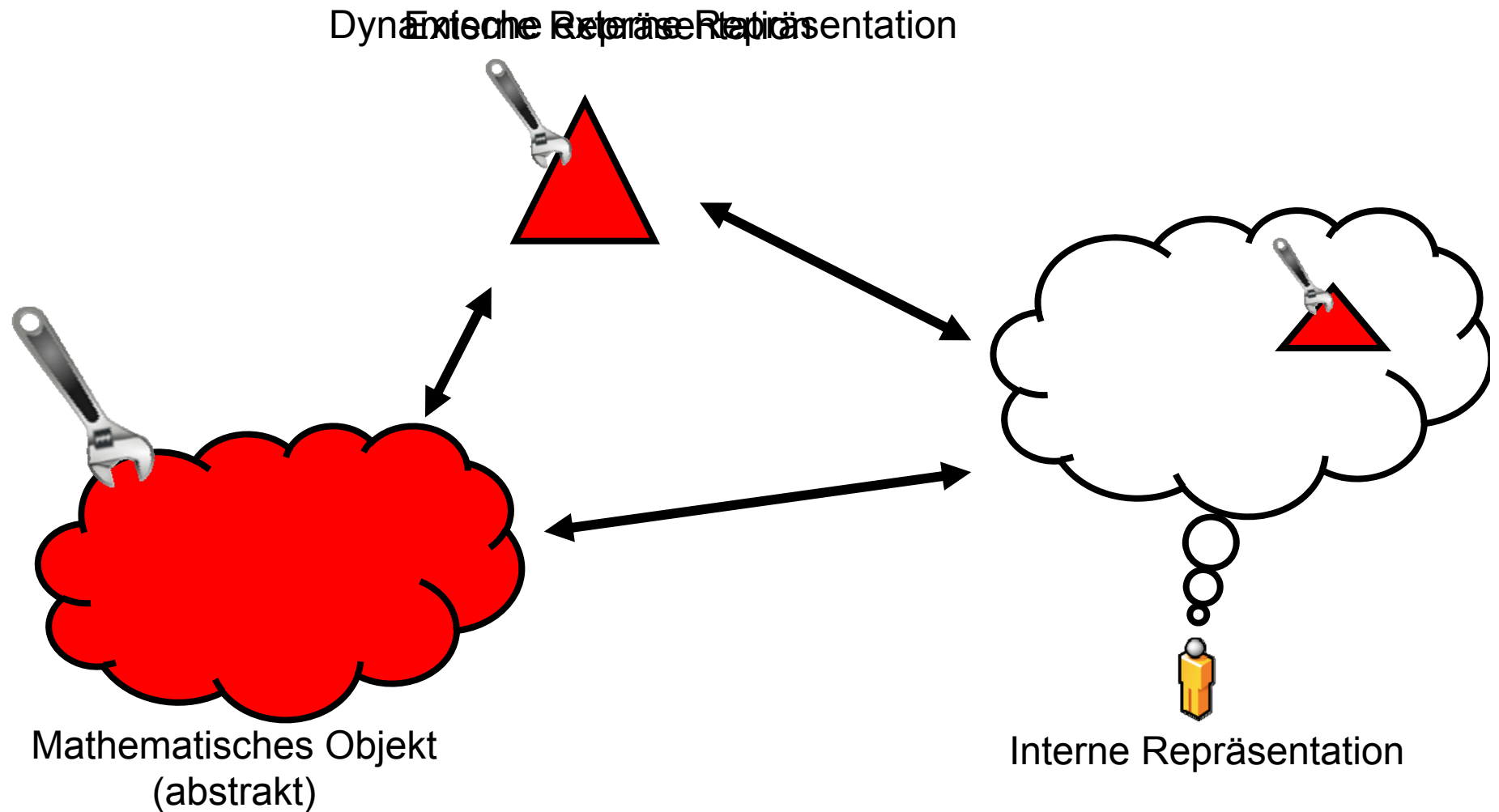


Math. Objekte





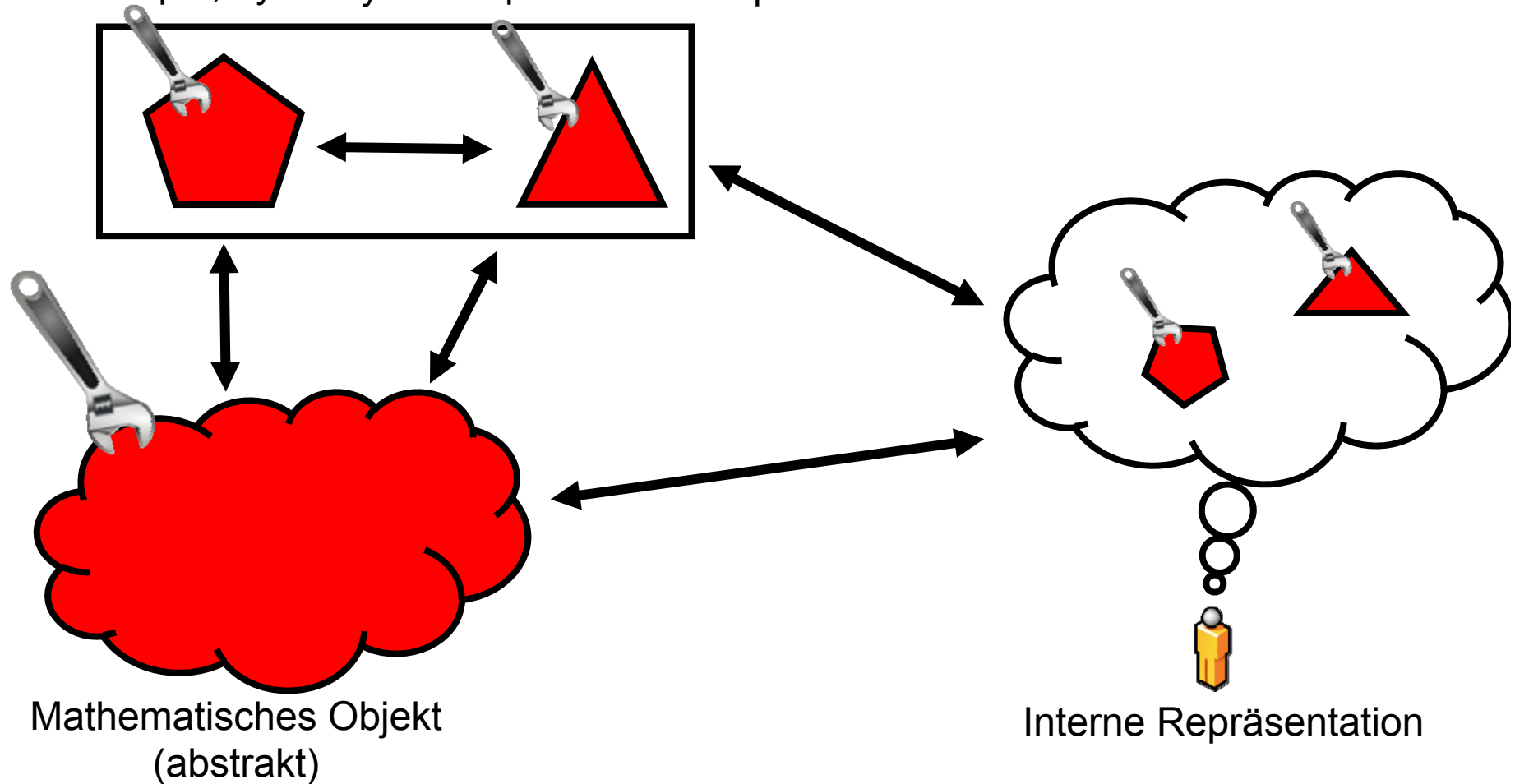
Taxonomie der Repräsentationen





Taxonomie der Repräsentationen

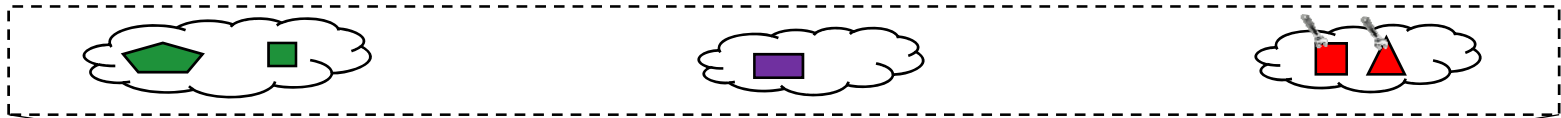
Multiple, dynamische Repräsentation



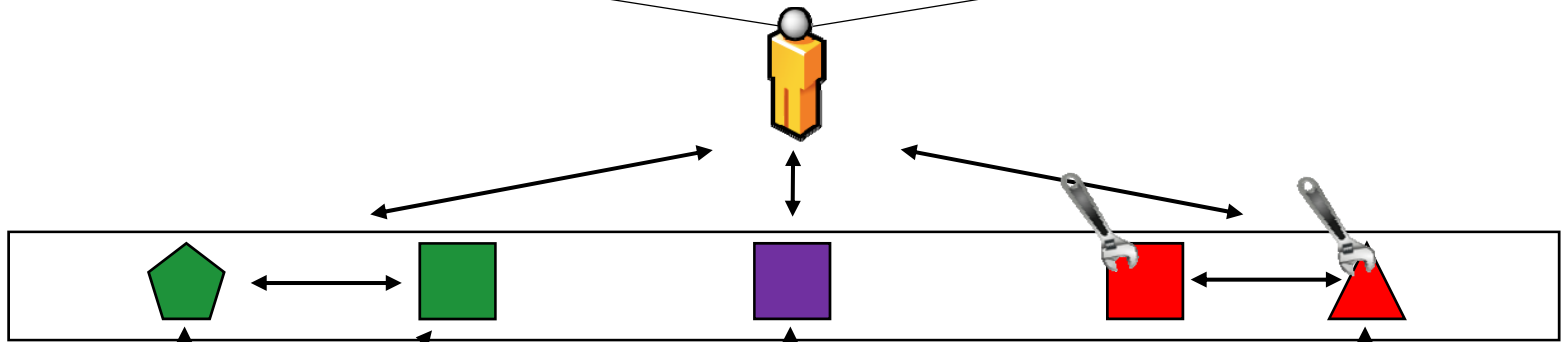


Taxonomie der Repräsentationen

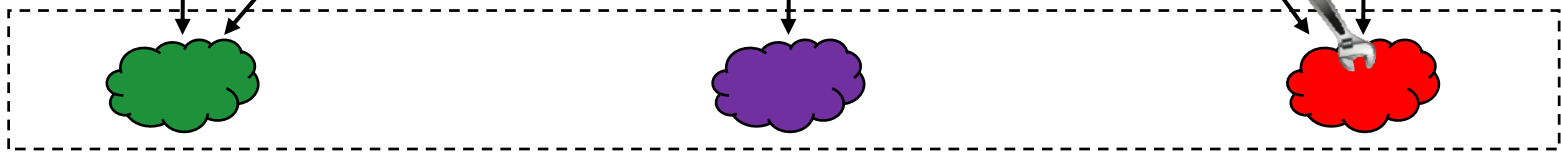
Interne Repräsentationen



Externe Repräsentationen

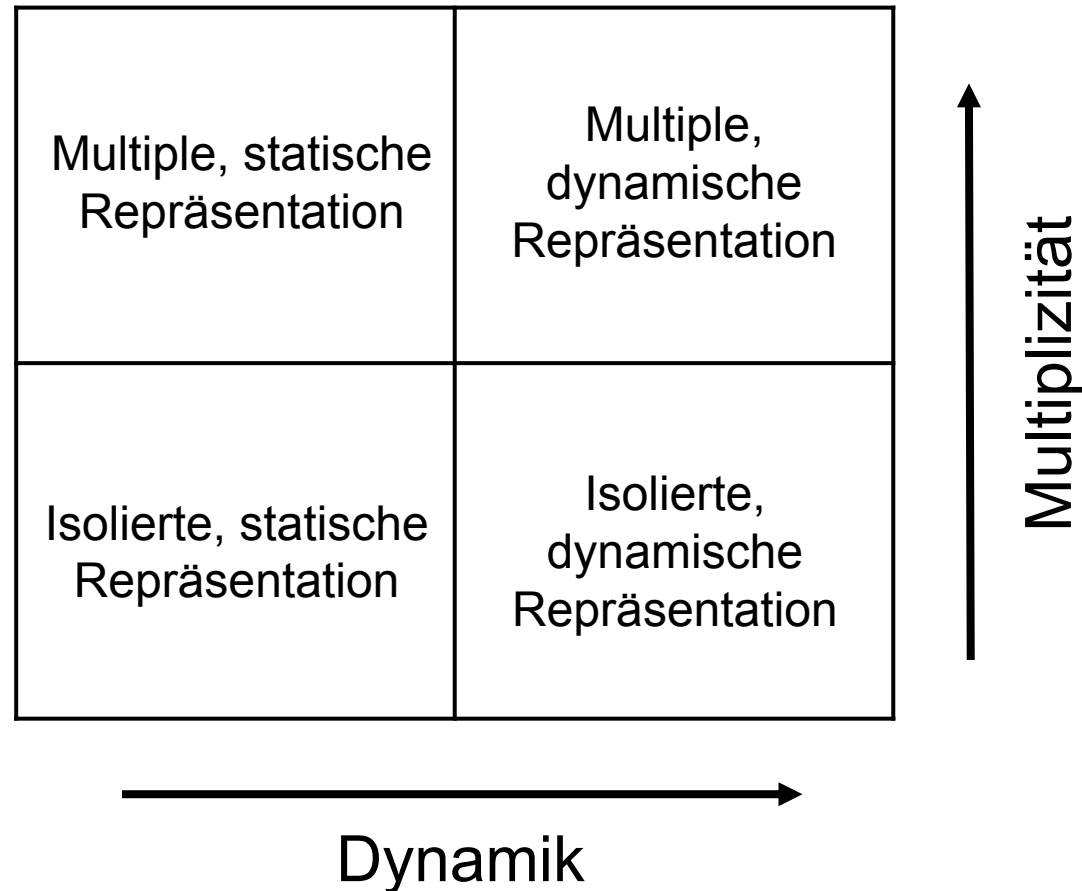


Math. Objekte





Taxonomie der Repräsentationen





Überlegungen aus der Literatur

Multiple Repräsentationen

(Ainsworth 2006)

- Ermöglichen umfassenderes, vernetzteres Bild von Mathematik
- Interaktionen der Teilrepräsentationen bieten vielfältige Lernmöglichkeiten
- Übersetzung zwischen und Verbindung von Repräsentationen schwierig
- Erhöhen cognitive load

Dynamische Repräsentationen

- Dynamik bietet zusätzliche Informationen durch Variation, insb. beim Argumentieren (Bender 1989)
- Dynamische externe führen zu dynamischen internen Repräsentationen (Roth 2005)
- Können cognitive load erhöhen (Schnotz 2002)



Es gibt Gründe *für und gegen* multiple oder dynamische externe Repräsentationen!



Werden multiple und/oder dynamische Repräsentationen von Schülerinnen und Schülern überhaupt genutzt?

Inwieweit beeinflusst die Art der in der Aufgabenstellung gegebenen Repräsentation die Repräsentationsarten, die in schriftlichen Schülerargumentationen verwendet werden?



Untersuchung: Versuchsdurchführung

Überblick:

- 89 Schülerinnen und Schüler
- Jahrgangsstufe 11
- Jeweils 4 Aufgaben
- Themenfeld: Funktionen
- 45 Minuten Bearbeitungszeit



Untersuchung: Versuchsdurchführung

Test A

Funktionenschar	Rechteck im Dreieck	Funktionenschar	Dreieck in Parabel
ISR	IDR	IDR	MDR

Test B

Gleichung	Polynomgraph	Gleichung	Sinusgraph
ISR	MSR	MSR	MDR



Untersuchung: Versuchsdurchführung

Test A

Funktionenschar	Rechteck im Dreieck	Funktionenschar	Dreieck in Parabel
ISR	IDR	IDR	MDR

Aufgabe 1

a) $P(1|2)$

$g: y = ax + b$

$2 = 2a + 3 \quad / -3$

$-1 = 2a \quad /$

$\rightarrow a = -1/2$

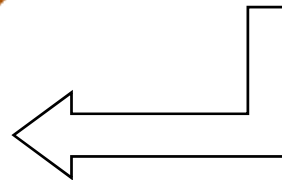
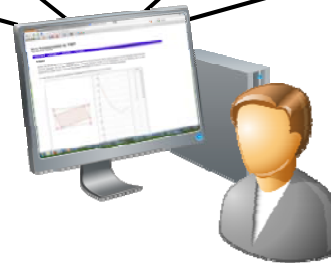
$\rightarrow a = -1 \quad b = 3$

$\bullet y = 0 + 3 \rightarrow y = 3$

b) Ja, es gibt $a, b \in \mathbb{R}$, sodass $P(1|2)$ auf der Geraden $g(x)$ liegt.

c) Es gibt unendlich viele Geraden, auf denen $P(1|2)$ liegen kann, daher auch entsprechend viele Möglichkeiten $a, b \in \mathbb{R}$ zu wählen, z.B. $P \in k: y = 2 \quad (\rightarrow a = 0; b = 2); P \in h: y = x + 1 \quad (\rightarrow a = 1; b = 1)$

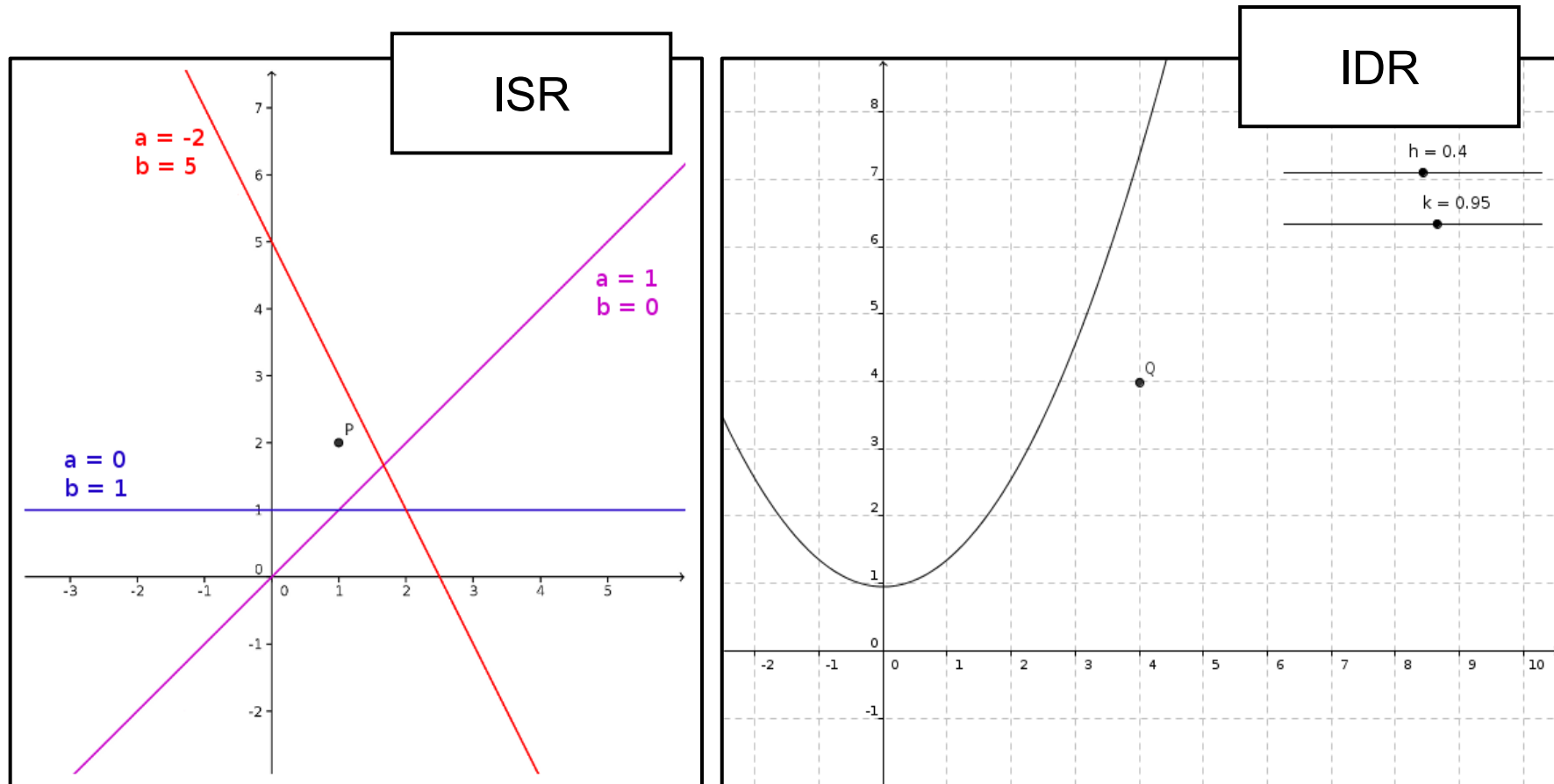
946311
Teilnehmernummer





Untersuchung: Auswertung

Aufgabenpaar: Funktionenschar



Untersuchung: Auswertung

Aufgabe 1

a) $P(1|2)$

$$g: y = ax + b$$

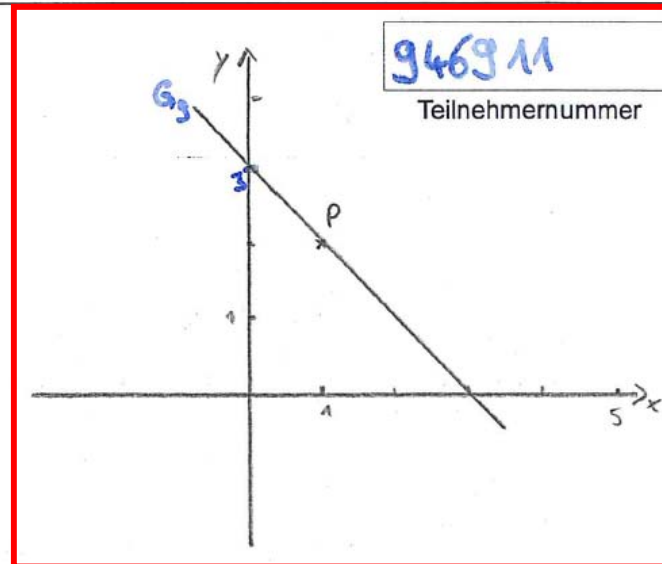
$$2 = 2a + 3 \quad | -3$$

$$-1 = 2a \quad |$$

$$\rightarrow g: y = -x + 3$$

$$\rightarrow a = -1 \quad b = 3$$

$$\bullet y = -0 + 3 \rightarrow y = 3$$



b) Ja, es gibt $a, b \in \mathbb{R}$, sodass $P(1|2)$ auf der Geraden $g(x)$ liegt.

Geg.: ISR

Es gibt unendlich viele Geraden, auf denen $P(1|2)$ liegen kann, daher auch entsprechend viele Möglichkeiten $a, b \in \mathbb{R}$ zu wählen, z.B. $P \in f: y = 2$ ($\rightarrow a = 0; b = 2$); $P \in h: y = x + 1$ ($\rightarrow a = 1; b = 1$)

Untersuchung: Auswertung

Geg.: IDR

A3:

- a) Ja, für $h = 0,2$ und $k = 0,75$
- b) Man weiß ja, dass je ~~größer~~ kleiner h wird, desto breiter ist die Öffnung der Parabel.
 Dann muss man nur noch die Parabel nach unten verschieben.
- c) Ja, z. B. für $h = 0,3$ u. $k = -0,9$ oder
 $h = 0,4$ u. $k = -2,5$ oder
 $h = 0,05$ und $k = 3,2$
 Es gibt mehrere Werte, weil egal um wie viel man die Parabel nach unten oder oben verschiebt, man kann die Öffnung anfasern.
 ABER: für $h = 0$ und $k = 4$ gibt es keine Parabel mehr, sondern eine Gerade.
- d) Indem ich es verschoben habe
 Da der Punkt Q die y -Koordinate 4 hat, sieht man, dass wenn $k = 4$ ist sich eine



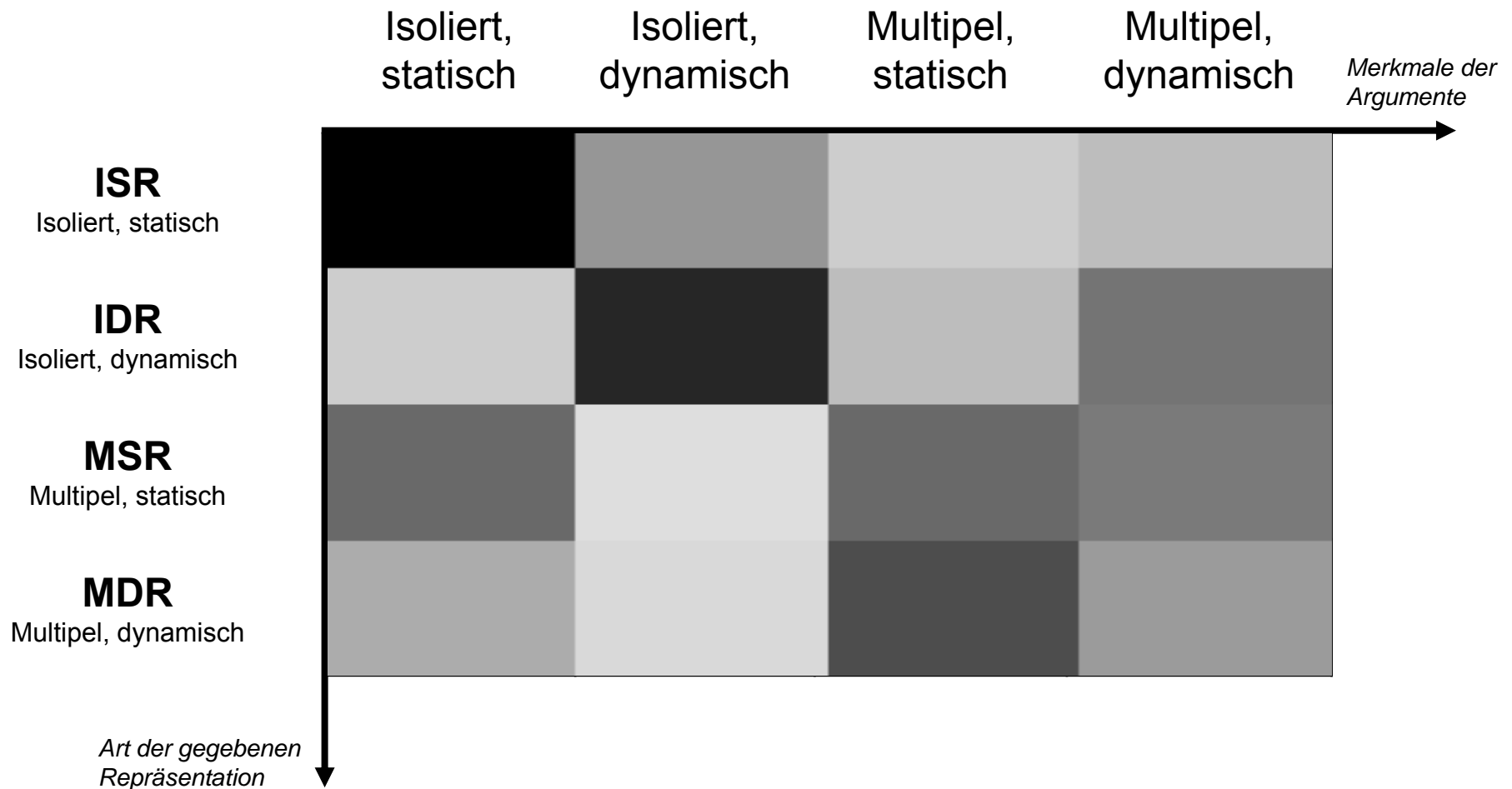
Untersuchung: Auswertung

	Isoliert, statisch	Isoliert, dynamisch	Multipel, statisch	Multipel, dynamisch	<i>Merkmale der Argumente</i>
ISR Isoliert, statisch					
IDR Isoliert, dynamisch					
MSR Multipel, statisch					
MDR Multipel, dynamisch					

*Art der gegebenen
Repräsentation*



Untersuchung: Ergebnisse





Untersuchung: Ergebnisse

Aufgabenpaar: Funktionenschar (Verteilung)

	Stat. Arg.	Dyn. Arg	χ^2	Isol. Arg.	Mult. Arg.	χ^2
A1 (ISR)	13	30		25	18	
Anteil	0.30	0.70		0.58	0.42	
A3 (IDR)	3	39	4.48*	33	9	3.50
Erw. Hfgk.	12.70	29.30		24.42	17.58	

*p < .05



Untersuchung: Ergebnisse

Aufgabenpaar: Funktionenschar (Wechsler)

		A3 (IDR)				A3 (IDR)	
		Stat. Arg.	Dyn. Arg.			Isol. Arg.	Mult. Arg.
A1 (ISR)	Stat. Arg.	1	10	A1 (ISR)	Isol. Arg.	20	4
	Dyn. Arg.	2	28		Mult. Arg.	12	15
		$p < .05$				$p > .05$	



Untersuchung: Ergebnisse

Zusammenfassung:

		Verteilung		Wechsler	
		S → D	I → M	S → D	I → M
„Funktionenschar“	A1/A3 ISR → IDR	*		*	
„Fläche als Parabel“	A2/A4 IDR → MDR	(**)		(*)	*
„Gleichungen“	B1/B3 ISR → MSR		**		***
„Symmetrie an Graphen“	B2/B4 MSR → MDR		(*)		(*)



Untersuchung: Interpretation

- Externe Repräsentationen besitzen Einfluss, insbesondere in Bezug auf „Wechsler“
- Einfluss bei Verteilung nicht so zielgerichtet wie „naiv“ erwartet
- Effekt besonderes stark bei B1/B3 (Gleichungen)
→ Vorkenntnisse, Metawissen (vgl. Renkl et al, 2013)
- Nebenwirkungen



Ausblick

- Auffällig: besonders bei MDR unerwartete Ergebnisse
 - Cognitive Load?
 - Einfluss der Aufgabenstellung?
 - Einfluss der Platzierung der Aufgabe?
- Weitere (qualitative) Auswertung: *wie* wurden Multiplizität oder Dynamik genutzt?



Quellen

Ainsworth, Shaaron (2006): DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. In: *Learning and Instruction* 16, S. 183–198.

Bender, Peter (1989): Anschauliches Beweisen im Geometrieunterricht – unter besonderer Berücksichtigung von (stetigen) Bewegungen bzw. Verformungen. In: Hermann Kautschitsch und Wolfgang Metzler (Hrsg.): *Anschauliches Beweisen*. 7. und 8. Workshop zur „Visualisierung in der Mathematik“ in Klagenfurt im Juli 1987 und 1988, S. 95–145.

Renkl, Alexander; Berthold, Kirsten; Grosse, Cornelia; Schwonke, Rolf (2013): Making Better Use of Multiple Representations: How Fostering Metacognition Can Help. In: Roger Azevedo und Aleven, Vincent A. W. M. M (Hrsg.): *International handbook of metacognition and learning technologies*. New York, NY: Springer (Springer international handbooks of education, 26), S. 397–408.

Roth, Jürgen (2005): *Bewegliches Denken im Mathematikunterricht*. Hildesheim [u.a.]: Franzbecker.



Bildnachweis

Das Bild des TI-Nspire auf Folie 7 ist lizenziert unter [CC-BY-SA](#) von Jörg Wörner, entnommen bei [Wikimedia Commons](#).

Der Computer auf Folie 20 ist lizenziert als gemeinfrei, nicht kommerziell von [gakuseiSean](#).

Der Stift auf Folie 20 ist lizenziert als Freeware von [PixelMixer](#).



Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

Diese Folien können Sie sich von www.andreasbauer.eu herunterladen.
Lizenziert unter CC-BY-SA.